



Ortaokul Öğrencilerinin Alan Ölçüm Problemlerinde Kullandıkları Stratejilerin Belirlenmesi*

Determining Strategies Used in Area Measurement Problems by Middle School Students

Nejla GÜREFE**

• *Geliş Tarihi:* 08.01.2017 • *Kabul Tarihi:* 23.10.2017 • *Yayın Tarihi:* 02.04.2018

ÖZ: Bu çalışmada öğrencilerin alan ölçümünü nasıl yorumladığı, alan ölçümü ile ilgili problemlerin çözümü sürecinde kullandıkları stratejilerin neler olduğu ve stratejileri anlama seviyeleri incelenmiştir. Çalışmanın verileri 2015-2016 eğitim yılı bahar döneminde Ankara'nın bir devlet okulunda öğrenim gören 39 tane 8. sınıf öğrencisinden toplanmıştır. Çalışma verileri açık uçlu sayısal alan hesaplama problemleri, matematiksel muhakeme problemleri ve açıklama problemlerinin yer aldığı doküman incelemesi yoluyla toplanmış ve toplanan dokümanlar içerik analizi ile incelenmiştir. Öğrencilerin alan ölçümünü yorumlarken alan ve çevre arasında ilişki kurduğu, geometrik şekillerin alanları arasında ilişki kurduğu, alanın hangi durumlarda değiştiğini açıkladığı ve alan ölçüm problemlerinin çözümü sürecinde ise sayma, formül kullanma ve çok adımlı stratejileri kullandığı tespit edilmiştir. Öğrencilerin alan ölçümünü hesaplarken kullandıkları bu stratejilerin ise doğru, kısmen doğru ve yanlış şeklinde olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin stratejilerden çoğunlukla formül kullanmayı tercih ettikleri ancak yaptıkları açıklamalardan, birçoğunun formülleri kavramsal olarak anlamlandırmada sıkıntı yaşadıkları tespit edilmiştir. Çalışmadan elde edilen bulgulara dayanarak, öğretmenlerin sınıf içi uygulamalarda formülleri bilinçsiz bir şekilde öğrencilere ezberletmek yerine onların kavramsal olarak ne anlama geldiğini öğretmesi gerektiği belirlenmiştir.

Anahtar sözcükler: alan, alan ölçüm stratejileri, problem çözme

ABSTRACT: In this study, it was investigated how students interpreted the area measurement, which strategies they used in solving area measurement problems and their levels of understanding the strategies. The data of the study were gathered from thirty-nine eighth-grade students studying in a public school of Ankara at the 2015-2016 academic year. The study data were collected via open-ended problems involved numerical area calculation problems, mathematical judgment problems and explanation problems and analyzed using content analysis. It has been determined that students interpreted area measurement building relations between area and perimeters, building relations between areas of geometric shapes, explaining when area show variety, and students used formulas, counting, multi-step strategies in solution process of area measurement problems. It was determined that student's understanding levels were correct understanding, partial correct understanding and incorrect understanding. While students often prefer to use formulas in strategies, it has been noticed that some of them have used formulas unconsciously. Based on findings from the study, it has been determined that teachers should teach students what the formulas mean conceptually rather than memorizing formulas unconsciously during classroom practice.

Keywords: area, area measurement strategy, problem solving

1. GİRİŞ

Bilim, teknoloji ve gerçek hayat uygulamaları ile yakından ilişkili olan matematikte sayılar ve işlemler, cebir, geometri ve ölçme, veri işleme ve olasılık olmak üzere 5 öğrenme alanı bulunmaktadır (TTKB, 2013). Sınıf düzeylerinden bazılarında bu öğrenme alanlarından tümü yer alırken, bazılarında ise hepsi bulunmamaktadır. Bütün sınıf düzeylerinde yer alan matematiğin önemli öğrenme alanlarından biri geometri ve ölçmedir (TTKB, 2013). Nitekim matematik öğretiminde etkili ve nitelikli bir matematik öğretiminin gerçekleştirilmesi için ölçme öğrenme alanına önem verilmelidir. Bu öğrenme alanındaki önemli alt öğrenme alanlarından biri ise alan ölçmedir. Kavramsal olarak alan ölçme iki boyutlu düzgün ve düzgün

* Bu çalışmanın bir kısmı 14-16 Eylül 2017 tarihinde yapılmış I. Uluslararası Eğitim Araştırmaları ve Öğretmen Eğitimi Kongresi'nde sözlü bildiri olarak sunulmuştur.

** Yrd. Doç. Dr., Uşak Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Matematik Eğitimi A.B.D., Uşak-TÜRKİYE. e-posta: nejlacalik@gmail.com (ORCID: 0000-0002-0705-0890)

olmayan çokgenlerden oluşan bir bölgeyi (Strutchens, Martin ve Kenney, 2003) kaplamak için ihtiyaç duyulan birim miktarlarının sayısıdır (Fauzan, 2002). Alan ölçümü içerisinde yer alan kavram ve beceriler öğrencilerin günlük hayatta karşılaştığı veya ihtiyaç duyduğu temel bilgi ve becerileri içermektedir. Ayrıca bu konu matematiğin bazı konularına önkoşul niteliğinde olduğundan alan ölçümü kavramının anlaşılması öğrencilerin matematiğin diğer alanlarındaki anlayışlarını da etkilemektedir (Cavanagh, 2008). Nitekim Battista (2003) öğrencilerin sonraki öğrenme konularından hacim ölçmeyi anlayabilmesi için önkoşul olarak alan ölçmeyi anlaması gerektiğini ifade etmiştir. Yapılan araştırmalar öğrencilerin, alan ölçme konusunda alan formülünü bilmelerine rağmen bu formülü verilen duruma uygulamada güçlük çektikleri, alan ve çevre hesaplamalarını birbirine karıştırdıkları şeklinde bazı problemler yaşadığını göstermiştir (Chappell ve Thompson, 1999; Tan Şişman ve Aksu, 2009; Woodward ve Byrd, 1983). Bu yönüyle öğrencilerin alan ölçümü kavram bilgisi ve bir şeklin alan ölçüsünü belirlemek için kullanılan alan formüllerine yönelik bilgilerinin geliştirilmesi gerekmektedir. Amerika, İngiltere, Yunanistan gibi bazı ülkelerde sınıf gözlemlerini içeren çalışmalarda öğretmenlerin öğrencilere formüllerin neden ve nasıl kullanıldığından ziyade algoritmik hesaplamaların olduğu formülleri öğrettiği tespit edilmiştir (Bright ve Hoeffner, 1993; Dickson, 1989; Kordaki ve Balomenou, 2006).

Grant ve Kline (2003) öğrencilerin ölçme konusunda zayıf bir anlayışa sahip olmalarının arkasında yatan sebeplerin öğrencilere ölçmenin ne olduğundan ziyade ölçmenin nasıl yapıldığının öğretilmiş olduğunu belirtmiştir. Yani bu problemlerin temelinde, matematiksel kavramların anlamlarının öğrencilere yeterince kavratılmayarak genellikle formüllerin ve kuralların ezberletilmesi bulunmaktadır (Chappell ve Thompson, 1999). Oysaki matematikteki başarı çoğunlukla öğrendikleri bir işlem veya öğretilen bir kavramın öğrenciler tarafından nasıl içselleştirildiği ve onlar arasındaki bağlantıların nasıl kurulduğuna bağlıdır. Matematiğin iyi bir şekilde öğrenilmesi ve öğretilmesinin merkezindeki şey matematiksel kavramlar, fikirler ve yeteneklerin öğrenciler tarafından anlaşılmasının sağlanmasıdır (NCTM, 2009; TTKB, 2013).

Alan yazında çokgenlerin alanını belirlemek için öğrencilerin kullandıkları yöntemlerin neler olduğu araştırılmış ve alan ölçüm problemlerini çözmek için çeşitli yollar olmasına rağmen kavramsal anlayışa dayandırılmış uygun formül kullanımının yani ezbere değil de formüllerin ne anlama geldiğinin bilinerek kullanılmasının etkili bir strateji olduğu belirlenmiştir (Lehrer, Jaslow, ve Curtis, 2003). Huang ve Witz (2013) de alan ölçüm kavramlarını içeren problemleri çözmeye öğrencilerin becerilerini etkileyen en önemli faktörün alan formülünün anlaşılması olduğunu belirtmiştir. Dickson (1989) düzgün olmayan çokgenlerin alanını belirlerken öğrencilerin alan formülünü anlamadan yoksun bilinçsiz bir şekilde şeklin bütün boyutlarını sürekli olarak çarpmaya dayalı alan formüllerini kullandığını tespit etmiştir. Araştırma sonucunda sayma ve ekleme gibi çok işlemli stratejilerin kullanımından ziyade alan formülünün anlaşılmasına dayalı kullanımının etkili bir strateji olduğu ifade edilmiştir. Çünkü, çok adımlı işlemlerde öğrencilerin hata yapma ihtimallerinin yüksek olduğu bulunmuştur. Ancak bazı araştırmalar da ise kesme ve yapıştırma ile bir şeklin alanları eşit olan farklı bir şekle dönüştürülmesi etkinliklerinin öğrencilere yaptırılmasının alan ölçümü ve bununla ilgili bazı kavramların öğrenciler tarafından daha iyi anlaşılmasını sağlayacağı belirtilmiştir (Clements ve Stephan, 2004; Douady ve Perrin, 1986). Öğrencilerin alan ölçüm problemleri ile karşılaştıklarında kullanacakları stratejilerin neler olduğunun belirlenmesi ile öğrencilerin alan ölçümü konusundaki bilgisi ortaya çıkarılabilecektir. Öğrencilerin alan ölçümü konusundaki kavramsal anlayışını içeren alan ölçümü strateji bilgisi onların yüksek seviyede düşünme yeteneklerini temsil etmektedir (Lehrer, Jaslow, ve Curtis, 2003). Etkili bir matematik öğretimi yapmak için öğrencilerin neyi bildiklerini ve öğrenmek için neye ihtiyaç duyduklarını belirlemek önemlidir. Bu durumda öğrencilerin daha iyi öğrenmelerinde onları destekleyici ve sorgulayıcı anlayışı oluşturmak mümkün olabilmektedir (NCTM, 2009). Bu çalışma ile de öğrencilerin alan ölçümü konusunda sahip olduğu bilgiler, onların alan ölçümü problemlerini

çözme süreçlerinde yaptığı yorumlar ve kullandıkları stratejilerin belirlenmesi ile ortaya çıkarılmak istenmiştir. Alan yazın incelendiğinde, öğrencilerin alan ve çevre kavramlarını anlamada yaşadıkları güçlükleri, sahip oldukları kavram yanlışlarını, alan/çevre formüllerini etkin biçimde kullanmada yaşadıkları sıkıntıları (Tan Şişman ve Aksu, 2009), çevre, alan ve hacim hesaplamaya ilişkin kazanımları öğrenme düzeylerini ve bu konulardaki hata ve kavram yanlışlarını (Dağlı, 2010), üçgen ve paralelkenarın alan ölçümü ile ilgili sorularda öğrencilerin kullandıkları stratejileri (Huang ve Witz, 2013) ortaya çıkaran çeşitli çalışmaların mevcut olduğu görülmüştür. Ancak öğrencilerin eşkenar dörtgen ve yamuk gibi dörtgenlerin alanlarını hesaplama durumunda kullandıkları stratejileri belirleyen herhangi bir çalışmaya rastlanılmamıştır. Alan ölçme bağlamında matematik öğretim programı öğrencilerin 5. sınıfta dikdörtgenin alanını santimetrekare ve metrekare cinsinden hesaplamalarını, 6. sınıfta paralelkenar ve üçgenin alanlarını hesaplamalarını, 7. sınıfta yamuk ve eşkenar dörtgene ait alan bağıntıları oluşturularak ilgili alan problemlerini çözmelerini beklemektedir (TTKB, 2013). Bu çalışma ile de öğretim programının bu yöndeki beklentisinin öğrenciler tarafından nasıl karşılandığı belirlenmek istenmiş ve bu yönüyle de alan yazına katkı sağlayacağını düşünülmüştür.

2. YÖNTEM

2.1. Araştırma Modeli

Öğrencilerin alan ölçüm problemlerinde kullandığı stratejilerin ortaya çıkarılmak istendiği bu çalışma nitel bir araştırma olup, araştırma deseni olarak betimsel tarama modelinden yararlanılmıştır. Betimsel tarama verilen bir durumu olabildiğince tam ve dikkatli bir şekilde tanımlar (Büyüköztürk, Kılıç-Çakmak, Akgün, Karadeniz, ve Demirel, 2016, s. 23).

2.2. Çalışma Grubu

Araştırma, 2015-2016 öğretim yılı bahar döneminde Ankara'nın bir devlet okulundan amaçlı örnekleme yöntemiyle seçilmiş 39 sekizinci sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Öğrencilerden 23'ü erkek, 16'sı kızdır. Çalışma grubu ders müfredatları gereği veri toplama aracındaki alan ve alan ölçümünü hesaplama konusunda daha önceki yıllarda gerekli bilgileri öğrenmiş öğrencilerden oluşmuştur.

2.3. Veri Toplama Araçları ve Analizi

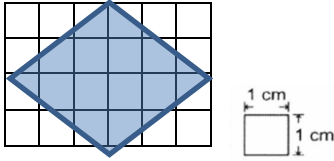
Araştırmanın verileri nitel araştırma yöntemlerinden biri olan doküman incelemesi yoluyla toplanmıştır. Matematik ders kitapları ve alan yazındaki çalışmalar incelenmiş Huang ve Witz'in (2013) çalışmalarında yer alan sorulardan da yararlanılarak 6 açık uçlu problemde oluşan bir ölçek (Ek 1) hazırlanmış ve veri toplamada bu ölçek kullanılmıştır. Anketteki problemler bir üçgen, iki dikdörtgen, bir eşkenar dörtgen ve iki tane de yamuk için hazırlanmış alan ölçüm problemlerinden oluşmuştur. Alan ölçüm problemleri içerik olarak Kenney ve Lindquist (2000) tarafından önerilen sayısal alan hesaplama (SAH), matematiksel muhakeme (MM) ve açıklama problemlerinden (AÇ) oluşmuştur. SAH, verilen bir şeklin alanını bulmak için sayısal hesaplama gerektiren problemlerdir. Bu tür problemleri çözmek için alanı bulmada aritmetik denklemlerden ve gerekli hesaplamayı gösteren sayısal bir cevaptan yararlanır. Bu tür görevler Kenney ve Lindquist (2000) için düşük seviye kavramsal anlayışı içermektedir. MM, alan ölçümü ile ilişkili olarak verilen bir çözümün doğruluğunun muhakemesini gerektirmektedir. Öğrencilerden verilen bir çözüme katılıp katılmadığını kısa bir cevapla belirtmesi beklenir. AÇ ise hem SAH hem de MM problemlerinin nasıl cevaplandırıldığına dair yazılı bir açıklamayı içermektedir. Bu açıklamaları yapabilmek için öğrenciler matematiksel bilgiye ihtiyaç duyar. Bu yüzden bu tür problemler öğrencilerin daha yüksek seviyede düşünmesini gerektirmektedir (Kenney ve Lindquist, 2000). AÇ, SAH ve MM problemlerinin daha detaylı olarak açıklanmasını gerektirdiğinden çalışmada SAH, AÇ problemleri ile birlikte

ve MM de AÇ problemleri ile birlikte verilmiştir. Aşağıda SAH, MM ve AÇ problem türlerini ifade eden örnek bir probleme yer verilmiştir. Problemin a maddesi SAH ve AÇ iken b maddesi ise MM ve AÇ problemlerini temsil etmiştir. Hazırlanan ölçekteki SAH, MM ve AÇ problemlerinin dağılımı Tablo 1’de sunulmuştur.

Tablo 1: Ölçekteki maddelerin ait oldukları problem türleri

Problem Türleri	Ölçek Maddeleri
SAH ve AÇ	1-a, 2, 3-a-b, 4-a, 5
MM ve AÇ	1-b, 3-c, 4-b, 6

Örnek problem: a. Aşağıda dikdörtgen içerisinde verilmiş taranmış eşkenar dörtgenin alanı nedir? Bunu nereden biliyorsun? Nasıl hesapladığını açıklar mısın?

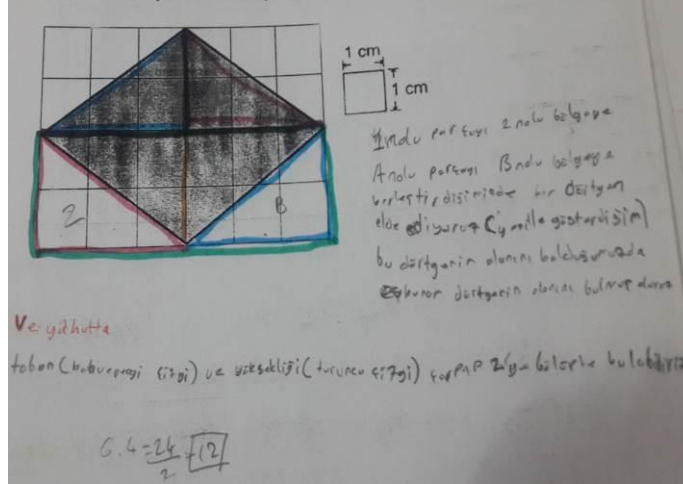


b. Ayşe: Eşkenar dörtgenin alanı dikdörtgenin alanının yarısıdır, o da $5 \times 6 = 30 (cm^2)$, $30 \div 2 = 15 (cm^2)$ dir.

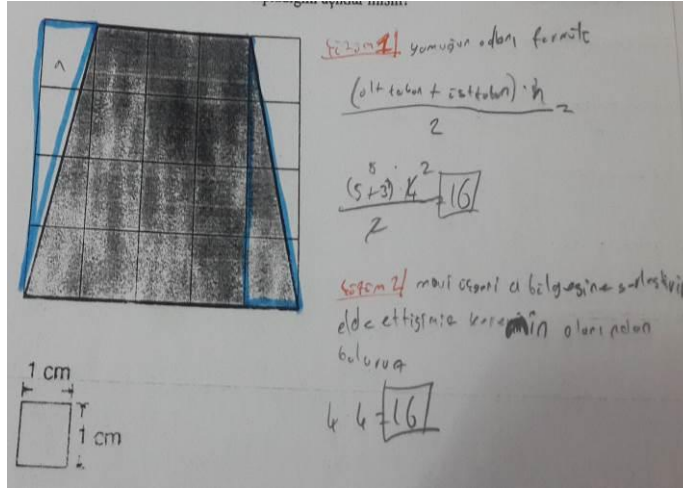
Ayşe'nin bu fikrine katılıyor musun, katılıp katılmama sebeplerini açıklar mısın?

Ölçeğin geçerlik ve güvenilirliği için matematik eğitimi alanında bir öğretim üyesi, bir matematik öğretmeni ve bir Türkçe dil uzmanı olmak üzere üç kişiden uzman görüşü alınarak oluşturulmuş ölçek pilot çalışma için 15 öğrenciden oluşan 8. sınıf öğrencilerine uygulanmıştır. Pilot çalışma sonrasında problemlerden ikisi bütün öğrenciler tarafından cevaplandırılmadığından ölçekten atılmış, tekrar uzman görüşü alınarak problemlere dil ve anlam bakımından son hali verilmiş ve 6 problemden oluşan nihai ölçek oluşturulmuştur. Açık uçlu problemler yazılı olarak öğrencilere dağıtılmış, çokgenlerin şekil üzerinde gösterilenleri ise kareli kağıt üzerine çizilerek verilmiştir. Problemleri süre açısından sıkıntı olmadan rahat cevaplandırabilmeleri için öğrencilere bir ders saati verilmiştir. Öğrenciler problemleri cevaplandırırken araştırmacıdan farklı bir öğretmen öğrenci kâğıtlarına göz atmış ve açıklama problemlerini cevaplamayan ya da cevaplandırmayı unutan öğrencilere bu problemleri de cevaplandırmaları konusunda hatırlatmada bulunmuştur. Öğrencilerden elde edilen nitel verilerin analizinde içerik analizi kullanılmıştır. İçerik analizi, belirli kurallara dayalı kodlamalarla bir metnin bazı sözcüklerinin daha küçük içerik kategorileri ile özetlenmesidir (Büyüköztürk vd., 2016, s. 250). Veriler analiz edilirken problemler ayrı ayrı kodlanmıştır. Alan ölçüm problemlerinde kullanılan stratejilerin neler olduğunun belirlenmek istendiği problemleri için SAH ile AÇ ve MM ile AÇ problemleri ayrı ayrı kategorilendirilmiştir. SAH ile AÇ problemlerinde öğrencilerin kullandığı stratejiler belirlenirken MM ile AÇ problemlerinde de alan ölçümü ile ilgili öğrenci yorumları kategorize edilmiştir. Alan ölçüm problemlerinde öğrenciler tarafından kullanılan stratejiler “sayma”, “formül kullanma”, “çok adımlı stratejileri kullanma”, “alakasız” ve “boş” şeklinde kategorize edilmiştir. Sayma, formül kullanma ve çok adımlı stratejileri kullanma stratejileri Huang ve Witz’in (2013) çalışmasında bulunmaktadır. Ancak bu stratejilere ilişkin kategori ve alt kategoriler araştırmacı tarafından belirlenmiştir. Öğrencilerin şekiller içerisindeki birim kareleri sayarak alan ölçümünü hesaplaması durumunda kullanılan strateji “sayma”, alan için aritmetik denklemler ve işlemleri kullanmaları durumunda kullanılan strateji “formül kullanma”, alan ölçümünü hesaplamak için daha fazla adımın kullanıldığı strateji “çok adımlı stratejiler” olarak kategorize edilmiştir. Örneğin Şekil 1’de eşkenar dörtgenin, Şekil 2’de ise yamuğun alan ölçüsünü hesaplamak için öğrenciler tarafından kullanılan çok adımlı bir işlem yer almaktadır. Şekil 1’de eşkenar dörtgen 4 üçgene bölünmüş, üçgenlerden yukarıda yer alan ikisi çıkarılarak aşağıya eklenmiş ve yeni bir dikdörtgen

oluşturularak eşkenar dörtgenin alanının dikdörtgenin alanına eşit olduğu ifade edilmiştir. Bu sebeple bu strateji parçalama-çıkarma-ekleme olarak isimlendirilmiştir. Şekil 2'de de yamuk şekli üçgen ve dik yamuk olacak şekilde ikiye parçalanmış, sağdaki üçgen sol tarafta A olarak belirtilen boşluğa eklenerek şekil kareye tamamlanmış ve sonrasında karenin alan ölçüsü formülü kullanılarak yamuğun alan ölçüsü hesaplanmıştır. Bu yüzden strateji parçalama-çıkarma-ekleme-tamamlama-formül kullanma olarak adlandırılmıştır.



Şekil 1. Çok adımlı stratejiler (Parçalama-Çıkarma-Ekleme-Tamamlama) için bir örnek



Şekil 2. Çok adımlı stratejiler (Parçalama-Çıkarma-Ekleme-Tamamlama –Formül kullanma) için bir örnek

Bunların dışında öğrenciler tarafından herhangi bir strateji kullanılmadan problemlerin çözülmesi durumunda yapılan işleme ilişkin veri “alakasız”, problemin cevapsız bırakılması durumunda ise “boş” şeklinde kategorize edilmiştir. Öğrenci yorumları dikkate alınarak öğrencilerin anlama seviyeleri doğru, kısmen doğru ve yanlış anlama olarak sınıflandırılmıştır. Öğrencilerin anlama seviyelerinin belirlenmesinde üçgen, dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve yamuk ile ilgili olarak alan ölçümünün hesaplanmasında ortaokul 5, 6 ve 7. sınıf ders kitapları olan Keskin (2016) ve Komisyon (2016) tarafından ifade edilen açıklamalardan yararlanılmıştır. Üçgen için alan ölçüsü bir kenarının uzunluğu ile o kenara ait yüksekliğin çarpımının yarısıdır, $(\text{taban} \cdot \text{yükseklik})/2$, $(a \cdot h)/2$ dir (Keskin, 2016). Dikdörtgen için $(\text{sıra sayısı}) \times (\text{bir sıradaki birim kare sayısı})$ veya $(\text{kısa kenarın uzunluğu}) \times (\text{uzun kenarın uzunluğu})$ şeklinde iken kenar uzunlukları a birim ve b birim olan dikdörtgenin alanı da $a \times b$ dir (Komisyon, 2016). Ayrıca

Komisyon (2016) bildiğimiz veya daha kolay tahmin edebildiğimiz küçük bir birim seçerek dikdörtgenin alanının bu birimden kaç tanesi ile kaplayabileceğimizi düşünerek de tahmin edebileceğimizi ifade etmiştir. Eşkenar dörtgenin alan ölçüsü köşegenlerinin uzunlukları çarpımının yarısı ya da taban uzunluğu ile tabana ait yükseklik uzunluğunun çarpımı, yamuğun alan ölçüsü ise taban uzunlukları toplamının yarısının yükseklik ile çarpımıdır (Keskin, 2016). Dolayısıyla yukarıdaki hesaplamalarda yararlanılarak alan ölçüsünün belirlenmesi durumunda kullanılan strateji doğru, yanlış olmayan ancak tamamıyla doğru olmaması durumunda kısmen doğru ve ilgili adımların izlenmemesi veya yanlış işlemlerden oluşması durumunda ise yanlış anlama olarak sınıflandırılmıştır. Ayrıca öğrenciler tarafından kullanılan çok adımlı stratejilerden de doğru adımların izlenerek doğru sonuca ulaşılması durumunda kullanılan strateji doğru aksi durumda yanlış olarak nitelendirilmiştir. Araştırmacının yaptığı kodlamaların güvenilirliği için veriler uzman bir öğretim üyesine verilerek onun da yeniden kodlama yapması sağlanmıştır. Araştırmanın güvenilirlik hesaplaması için Miles ve Huberman'ın (1994) önerdiği güvenilirlik formülü kullanılmış, hesaplama sonucunda araştırmanın güvenilirliği 0.85 olarak saptanmıştır. Güvenirlik hesaplarının %70'in üzerinde çıkması, araştırma için güvenilir kabul edildiğinden (Miles ve Huberman, 1994) bu araştırmanın kodlamalarının da güvenilir olduğu kabul edilmiştir. Uyuşmayan kodlar için ise görüş birliğine varılmıştır.

3. BULGULAR

Araştırmanın bulguları öğrencilerin alan ölçümü konusundaki bilgisi ve alan ölçüm problemlerinde kullandıkları stratejiler başlıkları ile ele alınmıştır. Uygulama aşamasında öğrencilere alan ölçümü ile ilgili olarak SAH, MM ve AÇ problemleri sorulmuş ve bu süreçte SAH, AÇ ile birlikte ve MM, AÇ problemler ile birlikte değerlendirilmiştir. Değerlendirmelere ilişkin çeşitli kategori ve alt kategoriler oluşturulmuş ve bunlar frekansları ile birlikte sunulmuştur. Her bir cevapta bazen birden fazla kategori veya alt kategori belirlendiği için toplam frekans sayısı katılımcı sayısından fazla olmuştur.

3.1. Öğrencilerin Alan Ölçümü Konusundaki Bilgisi

Öğrencilere üçgen, dikdörtgen, yamuk ve eşkenar dörtgen ile ilgili MM ve AÇ problemler birlikte sorulmuş ve öğrencilerin bu problemlere verdikleri cevaplardan bazı kategori ve alt kategoriler oluşturularak bu kategoriler frekansları ile birlikte Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2: Öğrencilerin alan ölçüm bilgisi

Kategoriler	Alt kategoriler		Örnek Öğrenci cevapları	f
Alan ve çevre arasında ilişki kurma	Farklı olması	Kavramsal Yorumlama	Çevreleri aynı olan dikdörtgenlerin alanlarının farklı olabilmesi	15
			Çevrenin cismin etrafı alanın ise sınırlanan bölge olması	1
			Çevrenin cismin kapladığı yerin kenarları, alan ise kenarlar içinde kapladığı bölüm olması	1
	İşlemsel Yorumlama	İşlemsel Yorumlama	Çevrenin her kenarın birbiri ile toplanması, alanın ise taban ve yüksekliğin çarpımı olması	1
			Alan=Uzun x kısa kenar	1
			Çevrenin her kenarın birbiri ile toplanması, alanın ise kısa kenar ile uzun kenarın çarpımı olması	1
Aynı olması	Kavramsal Yorumlama	Dikdörtgenin çevresinin a+a+a+a yöntemi, alanının ise a.b ile hesaplanması	1	
		Çevre uzunlukları aynı olan dikdörtgenlerin alanlarının eşit olması	13	
		Eş şekillerin alan ve çevrelerinin eş olması	1	

				Kenar uzunlukları aynı olan dikdörtgenlerin alanlarının da aynı olması	1			
			İşlemsel Yorumlama	Taban ile yüksekliğin çarpımı olması	1			
			Boş		2			
Geometrik şekillerin alanları arasında ilişki kurma	Üçgenin alan ölçüsü	Dikdörtgen ile ilişkisi	Kavramsal Yorumlama	Dikdörtgenin alanlarının yarısı olması	18			
				Dikdörtgenden alanları eş iki üçgen oluşması	7			
				Taban ve yüksekliklerinin eşit olması durumunda dikdörtgenin yarısı olması	1			
				Dikdörtgenin alanının yarısı olmaması	10			
				Dikdörtgenle aynı alana sahip	1			
				İşlemsel Yorumlama	$\frac{\text{taban} \cdot \text{yükseklik} (h)}{2}$	1		
				Üçgenin a.h/2, dikdörtgenin a.b olması	1			
				Boş		1		
				Eşkenar dörtgenin alan ölçüsü	Dikdörtgenle ilişkisi	Kavramsal Yorumlama	Eşkenar dörtgenin dikdörtgenin alanının yarısı olması	15
							Dikdörtgenin iki eş eşkenar dörtgenden oluşması	1
Eşkenar dörtgenin dikdörtgenin alanının yarısı olmaması	18							
Alanların aynı olması	2							
Boş		3						
Alanın değişebilirliği	Parçalama-birleştirme	Kavramsal Yorumlama	Şeklin parçalanıp birleştirilerek farklı bir şekil oluşturulması ile alanın değişmemesi	11				
	Birim kareleri sayma		Şekiller farklı olsa bile birim kare sayıları aynı olan şekillerin aynı alana sahip olması	3				
	Yüzeyle ilişkilendirme		Yüzeylerin uzunluğu değişmediği sürece alanın değişmemesi	1				
	Taban ile ilişkilendirme		Taban uzunluğu değiştikçe alanın değişmesi	1				
	Diğer		Oluşturamama	10				
			Oluşturabilme	8				
Boş			5					

Tablo 2'deki kategori ve alt kategoriler, öğrencilerin Ekteki 1-b, 3-c, 4-b ve 6. açık uçlu problemlere verdikleri cevaplardan elde edilmiştir. Öğrencilerin 3-c'deki probleme verdikleri cevaplardan alan ve çevre arasında ilişki kurma, 1-b ve 4-b'deki cevaplarından geometrik şekillerin alanları arasında ilişki kurma, 6'daki cevaplarından alanın değişebilirliği kategorileri ortaya çıkmıştır.

3-c açık uçlu probleminde, aynı çevre uzunluğuna sahip dikdörtgenlerin alanlarını yorumlarken öğrencilerden 21'inin alanların farklı olabileceğini, 16'sının aynı olabileceğini açıkladığı, 2'sinin de bu soruyu cevapsız bıraktığı belirlenmiştir. Öğrenci yorumları kavramsal ve işlemsel olarak kategorize edilmiştir. Çevre uzunlukları aynı olan dikdörtgenlerin alanlarının farklı olabileceğini öğrencilerin genel olarak "Hayır. Çünkü çevre ile alan eşitliğinin bir ilişkisi yoktur. ... çevreleri eşittir ancak alanları eşit değildir.", "Hayır katılmıyorum. İlla çevresi aynı diye alanı da aynı olmak zorunda değil. İçindeki şekli farklı çizmiş olabilir veya sayıları farklı vermiş olabilir. Bu yüzden aynı olamayabilir." "Çevre uzunluğu cismin kapladığı kenarlarıdır. Ama alan cismin belli kenarlar içinde kapladığı bölümdür. Bu yüzden çevre ve alan eşit olamaz." şeklinde kavramsal olarak açıkladıkları, hatta çoğu öğrencinin söylediklerini ispatlayabilmek için kenar uzunlukları farklı olan iki dikdörtgen çizerek bu dikdörtgenlerin alanlarının aynı olabileceğini şekillerin alan ölçülerini hesaplayarak gösterdikleri görülmüştür. İşlemsel olarak yorumlayan öğrenciler "Katılmıyorum. Alan=uzun x kısa kenar. $6.2 \neq 5.3$ ", "Hayır katılmıyorum. Çünkü dikdörtgenin alan hesaplanmasında kısa kenar ile uzun kenar

çarpılır çevre hesaplanmasında ise tüm kenarlar toplanır. Çarpıldığında aynı sonucu veren farklı sayılar olabileceği için aynı olmaz.”, “Hayır katılmıyorum. Çünkü çevre her kenarın birbiriyle toplanmasıdır. Alan ise taban ile yüksekliğin çarpılmasıdır.” şeklinde açıklamalarda bulunmuştur. Çevre uzunlukları aynı olan dikdörtgenlerin alanlarının da aynı olacağını öğrenciler “Katılıyorum. Çünkü dikdörtgenin kenarları birbirine eşittir. Bu yüzden de A ve B’nin hem çevresi hem de alanları birbirine eşittir.”, “çevre uzunlukları aynı olan dikdörtgenlerin alanı da aynı olur yani katılıyorum.” cümleleri ile kavramsal olarak, “Aynıdır, yükseklik ile taban çarpımı eşittir.” ile de işlemsel olarak ifade etmiştir.

1-b problemini yorumlayan öğrencilerden 26’sı üçgeninin alanının dikdörtgenin alanının yarısı olduğunu ifade ederken 11’i yarısı olmadığını açıklamış, 1 tanesi de bu problemi boş bırakmıştır. Yarısı olduğunu açıklayan öğrencilerin “Evet katılıyorum. Çünkü üçgen formülünde dikdörtgen formülüne ters olarak ikiye bölünme durumu vardır.”, “Katılıyorum çünkü üçgeni ikiye bölersek oluşan yeni üçgenler büyük üçgenin dışında kalan üçgensel bölgelere eşit, yani üçgenin dışında kalan üçgensel bölgeler üçgene eşit. Bu yüzden dikdörtgen üçgenin iki katıdır.”, “Evet katılıyorum. Çünkü dikdörtgeni ikiye böldüğümüzde alanları eşit ve alanları toplamı dikdörtgenin alanına eşit 2 tane üçgen oluşmaktadır.” şeklindeki kavramsal ifadeleri ve “Evet Kerim’in çözümü doğrudur. Üçgenin alanı dikdörtgenin yarısı olduğu için

$\frac{\text{taban} \cdot \text{yükseklik} (h)}{2}$ şeklindedir.”, “Üçgenin alan formülü $\frac{a \cdot h}{2}$ dir. Dikdörtgenin alan formülü $a \cdot b$

dir. Sayı vererek yaparsak Üçgen = $\frac{8 \cdot 2}{2} = 8$, dikdörtgen = $8 \cdot 2 = 16$, yarısıdır o yüzden

katılıyorum.” şeklindeki işlemsel ifadeleri kullandıkları görülmüştür. Yarısı olmadığını açıklayan öğrencilerin “Hayır katılmıyorum. Üçgen nasıl dikdörtgenin alanının yarısı olsun ki zaten bilgi vermediği sürece böyle bir konuya ulaşamayız.”, “Katılmıyorum. Çünkü dikdörtgenin iki kenarı farklı boyutlara sahiptir. Diğer iki kenarın da boyutları farklıdır. Bundan dolayı ortadan ikiye bölündüğünde kenarlarının boyutları eşit olmaz...” şeklindeki kavramsal açıklamalardan yaralandıkları belirlenmiştir. Benzer şekilde 4-b’deki problemi yorumlayan öğrencilerden 16’sı eşkenar dörtgenin alanının dikdörtgeninin alanının yarısı olduğunu, 20’si yarısı olmadığını açıklamış 3 tanesi de bu problemi yanıtsız bırakmıştır. Yarısı olduğunu açıklayan öğrencilerin “Katılıyorum. Çünkü eşkenar üçgende ayrıca karedir. Eğer karenin alanı dikdörtgenin yarısıysa eşkenar üçgen de dikdörtgenin yarısıdır.”, “Katılıyorum. Çünkü şekli dikkatli incelediğimizde eşkenar dörtgeni ikiye böldüğümüzü farz edelim, üçgenin alanı dikdörtgenin yarısı olduğundan ve eşkenar dörtgeni ikiye bölüp eş üçgenler oluşturduğumuz için eşkenar dörtgen de dikdörtgenin yarısı kadar bir alana sahiptir.” şeklinde açıklamalarda bulunduğu ve birçoğunun şekil çizerek problemi yorumladıkları tespit edilmiştir. Yarısı olmadığını açıklayan öğrencilerin ise genel olarak açıklamada bulunmadan katılmadıklarını ifade ettikleri açıklama yapanların ise “Hayır katılmıyorum çünkü dikdörtgenin değil üçgenin 2 katı olur.” cümlesini kullandıkları belirlenmiştir.

6. açık uçlu problemi cevaplandırın öğrencilerden 11’i yamuğu oluşturan şekillerin parçalanıp birleştirilerek farklı bir şekil oluşturulması ile alanın değişmeyeceğini ifade etmiştir. Yani yamuğu oluşturan geometrik şekillerin bütünden ayrılarak parçaların farklı bir yerde birleştirilmesiyle yamuğun alanı ile aynı olan dikdörtgenin oluşabileceğini öğrenciler “Katılıyorum. Çünkü A şeklini C şeklinin yanına ötelersen bir dikdörtgen elde ederiz ve birim sayısı değişmeyeceği için alanları aynı olur.”, “Evet. A bölgesini ters çevirip C’nin yanına yapıştırırsak alanı değişmeyen bir dikdörtgen oluşur.”, “... A parçasını saat yönünde 180 derece döndürürsek ve C parçasının sağ tarafına koyarsak kısa kenarı 3 br, uzun kenarı 4 br olan bir dikdörtgen oluşur alanı 3.4 ten 12 olur. Şekildeki yamuğun alanı da (alt taban+üst taban).h/2 yani $3+5 \cdot 3/2 = 8 \cdot 3/2 = 12$.” cümleleri ile açıklamıştır. Öğrencilerden 3’ü şekiller farklı olsa bile birim kare sayıları aynı olan şekillerin aynı alana sahip olduğunu “Evet katılıyorum.

Çünkü aynı birim kareleri ve aynı taralı bölgeyi vermiş ve dikdörtgen istiyor...”, “Oluşturulabilir. Çünkü birim kareleri eş bir şekilde kullandığımızda şekli farklı ama alanı aynı şekil olur.” cümleleri ile belirtmiştir. 1 öğrenci yüzeylerin uzunluğu değişmediği sürece alanın değişmeyeceğini “Katılıyorum. Alan bir cismin kapladığı yerdir. Buna göre keserek geri birleştirirsek alandır. Yüzeylerin uzunluğu değişmediği sürece alan değişmez.” cümleleri ile, 1 öğrenci de taban uzunluğu değiştiğinde alanın değişeceğini ifade etmiştir. Ayrıca 10 öğrenci yamuktan alanları eşit olan dikdörtgenin oluşturulamayacağını, 8 öğrenci de oluşturulamayacağını açıklamış 5 öğrenci de bu problemi boş bırakmıştır.

3.2. Öğrencilerin Alan Ölçüm Problemlerinin Çözümünde Kullandığı Stratejiler

Öğrencilere üçgen, dikdörtgen, yamuk ve eşkenar dörtgen ile ilgili SAH ve AÇ problemleri birlikte sorulmuş ve bu problemleri cevaplamada öğrencilerin kullandığı stratejiler ve stratejileri anlama seviyeleri ele alınmıştır. Anlama seviyeleri doğru, kısmen doğru ve yanlış anlama şeklinde sınıflandırılmıştır.

Üçgen ile ilgili alan ölçüm problemlerinden 1-a'nın çözümünde öğrencilerin kullandığı stratejiler ve anlama seviyelerine ilişkin veriler frekansları ile birlikte Tablo 3'de sunulmuştur. Bazı öğrenciler aynı problemin çözümünde farklı stratejiler kullandığından frekansların toplamı öğrenci sayısından fazla olmuştur.

Tablo 3: Üçgenin alanı ile ilgili soruların çözümünde kullanılan stratejiler

Stratejiler	Anlama Seviyesi	Stratejilere ilişkin veriler	f
Sayma	Doğru	İç bölgesindeki birim kareleri sayma	6
	Yanlış	Kenarlardaki birimleri sayma	2
Formül kullanma	Doğru	$\frac{\text{taban} \cdot \text{yükseklik}}{2}$	21
		$\frac{\text{Dikdörtgenin alanı}}{2}$	6
		$\frac{\text{altı taban} \cdot \text{yükseklik}}{2}$	1
		$\frac{\text{taban uzunluğu} \cdot \text{yüksekliğin uzunluğu}}{2}$	1
Alakasız	Yanlış		2
Boş			4

Tablo 3'e göre, üçgenin alanı ile ilgili soruları çözerken öğrencilerden 8'i sayma, 29'u formül kullanmıştır. Ayrıca 2 öğrenci alakasız cevap verirken 4 öğrenci de problemi boş bırakmıştır. Öğrencilerin problemi çözüm sürecinde kullandıkları stratejilerin doğru ve yanlış olduğu belirlenmiştir.

Sayma stratejisi kullanan öğrencilerden bazıları “İçinde tam birim kareleri sayarak yapabiliriz.” şeklindeki açıklamaları ile üçgenin iç bölgesinde kalan birim kareleri sayarak doğru bir işlem uygularken bazıları ise “11 cm. Etrafındaki br^2 leri sayarak buldum.” şeklindeki ifadeler ile üçgenin kenarlarını oluşturan çizgileri kendisine göre birimlere ayırarak sayma işlemi ile yanlış bir adım izlemiştir. Birim kareleri sayma işleminde 1 öğrenci tam olan birim kareleri bir, tam olmayanları ise bir bütüne tamamlayarak birim kare sayısını belirlemiştir. Bu durumdaki öğrencinin açıklaması “Yarım olarak verilen birim kareleri onları tamamlayacak derecelerde olanlarla birleştirip daha sonra tam olarak verilen 1 cm^2 lik olan şekilleri ekledim...” şeklinde olmuştur.

Formül kullanan öğrencilerin 21'i taban ile yüksekliğin çarpımının yarısının üçgenin alanı olduğunu, 6'sı dikdörtgenin alanını ikiye bölerek üçgenin alanını hesapladığını, 1'i alt taban ile yüksekliği çarpıp ikiye böldüğünü ve 1'inin de taban ve yüksekliğin uzunluklarını çarpıp ikiye böldüğünü ifade ettikleri tespit edilmiştir. Bu stratejiyi kullanan öğrenciler “Üçgenin formülünü kullanarak yaptım tabanla yüksekliği çarpım alanın 2 katı oldu ve 2'ye böldüm. $a = (4.3)/2 = 6$ ”, “İlk başta kağıdı veyahut da şekli saatin tersin yönde 90 derece çeviriyoruz. Ardından taban yani kırmızı ile gösterdiğim yeri yükseklik (h) ile çarpıyoruz. Bu

şekilde üçgenimizin 2 katı büyüklüğünde bir dörtgen elde ediyoruz. Bu dörtgeni tekrardan ikiye böldüğümüzde üçgenimizin alanını elde ediyoruz. $(4.3)/2=6$.”, “İlk önce tabana 90 derecelik bir dikme çizdim. 4 santim çıktı sonra tabanı ölçtüm 3 santim çıktı ve alan için bunlar gerekli ve yaptım. $(4.3)/2=6$.”, “ $(4.3)/2=6$, $(4.3)=$ dikdörtgenin alanı, 2'ye böldüğümüzde yarısını bulmuş oluruz bu da bize üçgenin alanını verir.”, “Taban ile yüksekliği çarpıp ikiye böldüm. İkiye bölmeden önce bulduğum değer üçgenin 2 katı olan paralelkenarın alanıdır.”, “ $D.A=4.3$, $Ü.A= (4.3)/2$. İkiye bölüyoruz. Çünkü şekli ikiye böldüğümüz zaman şekilleri bir dikdörtgen olarak birleştirdiğimizde büyük dikdörtgenin alanının yarısı kadar oluyor.”, “Bir dikdörtgeni köşe noktalarından birleştirip ikiye katlarsak iki üçgen elde etmiş oluruz. Dikdörtgenin alanı taban.yükseklik bunu ikiye bölersek üçgenin alanı olur. Yukarıdaki üçgeni ikiye böldüm ve 2 tane dik üçgen elde ettim sonra da birinin alanını bulup ikiyle çarpım. Üçgenin alanı= $(taban.h)/2$.” şeklinde açıklamalarda bulunmuşlardır.

Dikdörtgenin alan ölçümü ile ilgili Ek 1 de verilmiş 2, 3-a, 3-b problemlerinin çözümünde öğrencilerin kullandığı stratejiler ve anlama seviyelerine ilişkin veriler frekansları ile birlikte Tablo 4’de sunulmuştur. Farklı problemlerde aynı kişi tarafından zaman zaman farklı stratejiler kullanıldığından frekansların toplamı öğrenci sayısından fazla olmuştur.

Tablo 4: Dikdörtgenin alanı ile ilgili problemlerin çözümünde kullanılan stratejiler

Stratejiler	Stratejilere ilişkin kategoriler	Anlama Seviyesi	Alt kategoriler	f	
Sayma	Kare sayma	Doğru	İç bölgesindeki birim kareleri sayma	15	
		Kısmen doğru	Birim kare olduğuna dikkat etmeden iç bölgesindeki kareleri sayma	1	
Formül kullanma	Kenar ile ilişkilendirme	Doğru	Kısa kenar x uzun kenar	6	
			Uzun kenar uzunluğu x kısa kenar uzunluğu	1	
			Kısmen doğru	Eşit olmayan iki kenarın çarpımı	3
				Dik kenarlardan uzun ve kısa olanlarını çarpma	1
				En x boy	2
				Dik açıyı oluşturan kenarları çarpma	1
		Yanlış	Büyük kenar x küçük kenar	1	
			Dörtkenar uzunluğunu toplama	1	
			Farklı iki kenar ölçülerini çarpma	1	
			Dik x yan	1	
			Yatay ayrıt x yanal ayrıt	1	
	Taban ile ilişkilendirme	Kısmen doğru	Taban x yükseklik	7	
			Tabanındaki birim kare sayısı ile yükseklikteki birim kare sayısını çarpma	1	
		Yanlış	Taban x dik kenar	1	
			$(\text{Taban} \times \text{yükseklik}) / 2$	2	
Çok adımlı stratejiler	Parçalayarak	Doğru	Parçalama-formül kullanma	Eş karelere bölme ve birinin alanı ile kare sayısını çarpma	5
			Parçalama-sayma	Eş birim karelere bölerek kareleri sayma	5
			Parçalama-birleştirme	Farklı bir dikdörtgene dönüştürme	1
Alakasız				2	
Boş				2	

Tablo 4'e göre dikdörtgenin alanı ile ilgili soruları çözerken öğrencilerden 16'sı sayma, 31'i formül kullanma ve 11'i çok adımlı stratejileri kullanmıştır. Ayrıca 2 öğrenci ilgili soruları cevapsız bırakırken 2 öğrenci de ilgili sorularda alakasız cevaplar vermiştir. Öğrencilerin kullandıkları stratejilerine ilişkin anlama seviyelerinin doğru, kısmen doğru ve yanlış şeklinde olduğu belirlenmiştir.

Sayma stratejisi kullanan öğrencilerin alan ölçüsünün hesaplanmasında doğru ve kısmen doğru anlama seviyelerine sahip olduğu görülmüştür. Komisyon (2016) tarafından ifade edilen birim kareler yardımıyla alan ölçüsünün hesaplanması durumu düşünüldüğünde öğrencilerin iç bölgedeki birim kareleri sayarak alan ölçüsünü hesaplaması doğru bir strateji olarak değerlendirilmiştir. Bu stratejiyi öğrencilerden 15'inin doğru, 1'inin ise yanlış olarak kullanmıştır. Bu stratejiyi tercih eden öğrenci yorumları *"Tamam haklısınız. Şekiller hiç birbirine benzemiyor. Ama bakarsan her şekilde kaç cm² kare var? 6 cm² var bu da alanlarının eşit olduğunu kanıtıyor."*, *"A dikdörtgenini 1 cm² alanlara bölüp aynı işlemi B dikdörtgenine de uygular toplarım."*, *"Dikdörtgenleri birim karelere eşit bir şekilde ayırıp alanlarını buluyorum. A=6, B=6. Buradan şu sonucu çıkardım: Şekilleri farklı bile olsa kapladıkları bölüm (alan) aynı olabilir. Önemli olan kapladığı yerin şekli değil ne kadarlık bir bölümü kapladığıdır."* ve *"...İç bölgelerini karelere bölersen eşit kare çıkar o yüzden alanı eşittir."* şeklinde olmuştur.

Formül kullanan öğrencilerden 19'u kenarı 12'si ise tabanı kullanarak alan ölçüsünü hesaplamıştır. Bu stratejiyi kullanan öğrencilerin doğru, kısmen doğru ve yanlış anlama seviyesine sahip olduğu belirlenmiştir. Komisyon'un (2016) tanımları dikkate alındığında kısa ve uzun kenar veya bunların uzunluklarının çarpılacağını ifade eden öğrencilerin doğru, eşit olmayan iki kenarın çarpımı, dik kenarlardan uzun ve kısa olanların çarpımı, en ve boyun çarpımı, dik açıyı oluşturan kenarların çarpımı, taban ile yüksekliğin çarpımı, tabanındaki birim kare sayısı ile yükseklikteki birim kare sayısının çarpımı ve taban ve dik kenarın çarpımı olduğunu ifade eden ve bu şekilde işlem yapan öğrencilerin kısmen doğru, kenarlar için büyük ve küçük kenar kavramlarını kullanarak bunların çarpılacağını, dörtkenarın uzunluğunun toplanacağını, kenar uzunluk kavramı yerine kenar ölçüleri kavramını kullanarak bunların çarpılacağını, taban ve uzunluğun çarpılacağını, taban ile yüksekliğin çarpılarak yarısının alınacağını ve şekli üç boyutlu imiş gibi düşünerek kenar yerine ayırıt kavramlarını kullanarak yatay ayırıt ile yanal ayırıtın çarpılacağını ifade eden öğrencilerin ise yanlış anlama seviyesinde olduğu belirlenmiştir. Bu stratejiyi kullanan doğru öğrenci yorumları *"Formül=(a.b) dir. (4.2)=8 olduğunu düşünüyorum. Dikdörtgenin alanını bulmak için bir uzun bir de kısa kenara ihtiyacımız vardır. Uzun kenar=4, kısa kenar=2 olduğuna göre bu durumda alan 8'dir."*, *"a.b=alan. (4.2)=8 cm formüllerle."*, *"A=6, B=6 yatay ayırıt.yanal ayırıt çünkü formülü bu."* ve *"Dikdörtgene bakarak her küp 1 cm uzunluğu var ve formülle ilerlersek (6.1)=6 cm²=Alan deriz. B ise aynı şekilde uzunluk 2 cm, taban 3 cm. 3.2=6 cm², A ve B nin şekilleri farklı ama alanları aynı yani şekil bir farklılık göstermez."* şeklinde olmuştur. Ayrıca bazı öğrencilerin aynı problemde veya aynı konunun farklı problemlerinde hem sayma hem de formül kullanma stratejilerini kullandıkları tespit edilmiştir. Bu şekildeki öğrencilerin yorumları *"Alanı hesaplamak için eşit olmayan iki kenarını çarptım. Çünkü bu aslında bir nevi içerideki karelerin sayısına eşit."* ve *"Büyük kenar çarpı küçük kenar ama üşenirseniz içindeki kareleri sayabilirsiniz.(4.2)=8"* dir.

Çok adımlı stratejileri kullanan öğrencilerden 5'i dikdörtgeni eş birim karelere bölerek bir birim karenin alanını sayısal olarak hesapladıktan sonra dikdörtgenin iç bölgesinde kalan kare sayısı ile bir karenin alanını çarpmış ve dikdörtgenin alanını hesaplamıştır. 5 öğrenci de dikdörtgeni eş birim karelere bölerek dikdörtgenin iç bölgesinde kalan kare sayısını belirledikten sonra kare sayısının dikdörtgenin alanı olduğunu ifade etmiş ve 1 öğrenci ise dikdörtgeni parçalayıp birleştirerek farklı bir dikdörtgen oluşturmuş ve oluşturduğu dikdörtgenin alanını belirleyeceğini ifade etmiştir. Bu stratejiyi kullanan öğrencilerin tamamının

doğru anlama seviyelerine sahip olduğu tespit edilmiştir. Bu stratejiyi kullanan öğrencilerden bazıları “ $(2.4)=8 \text{ cm}^2$ dikdörtgenin alanıdır. Bir cismin içine 1 cm^2 birim karelerden kaç tane sığdırırsak bize o şeklin alanını buldurur. Yanda alanı 1 cm^2 olan 8 adet kare vardır.” şeklinde açıklama yapmıştır. Ayrıca bu stratejiyi kullanan bir öğrenci aynı zamanda formülde kullanmıştır. Onun yorumu ise “Her birim karenin bir kenarının 1 olduğunu vermiştir. Biz bu iki kenar uzunluğunu çarparsak karenin alanını verir. Her karenin alanını toplarsak dikdörtgenin alanı bulunur. Ama böyle yapmak yerine dikdörtgenin tabanını ve yüksekliğini çarparsak direk dikdörtgenin alanını verir. $(2.4)=8$.” şeklinde olmuştur.

Eşkenar dörtgenin alanı ile ilgili Ek 1 de verilen 4-a probleminin çözümünde öğrencilerin kullandığı stratejilere ilişkin veriler frekansları ile birlikte Tablo 5’de verilmiştir. Verilen problemde aynı kişi tarafından zaman zaman farklı stratejiler kullanıldığından frekansların toplamı öğrenci sayısından fazla olmuştur.

Tablo 5: Eşkenar dörtgenin alanı ile ilgili problemlerin çözümünde kullanılan stratejiler

Stratejiler	Anlama Seviyesi	Stratejilere ilişkin kategoriler	Alt kategoriler	f	
Sayma	Doğru	İç bölgesindeki birim kareleri sayma		10	
	Yanlış	Kenarlardaki birimleri sayma		1	
Formül kullanma	Doğru	Dikdörtgenin alanının yarısı olması		2	
		Köşegenleri çarpıp ikiye bölme		1	
	Yanlış	$\frac{\text{taban.yükseklik}}{2}$		1	
		$\frac{\text{taban.yükseklik}}{2}$		1	
		Kenar uzunluklarını toplama		1	
Çok adımlı stratejileri kullanma	Doğru	Parçalama-formül kullanma	Dikey parçalama	2 üçgene parçalayarak üçgenlerin alanlarını toplama,	8
				2 eş üçgene parçalayarak üçgenlerin alanlarını toplama	2
				Dikey ve yatay parçalama [4 eş üçgene parçalama ve bir üçgenin alanını 4 ile çarpma]	2
				Parçalama-çıkarma-ekleme-tamamlama	4 üçgene bölme, üçgenleri çıkarıp ekleyerek dikdörtgene tamamlama
Alakasız				4	
Boş				4	

Tablo 5’e göre, eşkenar dörtgenin alanı ile ilgili problemleri çözerken öğrencilerden 11’i sayma, 7’si formül kullanma, 13’ü çok adımlı stratejileri kullanmış, 4’ü alakasız cevap verirken 4’ü de problemi cevaplandırmamıştır. Keskin (2016) ve Komisyon’un (2016) açıklamaları dikkate alındığında öğrencilerin kullandıkları stratejilerine ilişkin anlama seviyelerinin doğru ve yanlış şeklinde olduğu belirlenmiştir.

Sayma stratejisi kullanan öğrencilerin doğru ve yanlış anlama seviyelerine sahip olduğu görülmüştür. Örneğin öğrencilerden 10’u eşkenar dörtgenin iç bölgesinde kalan birim kareleri sayarak doğru, 1’i ise kenarı oluşturan çizgileri kendisine göre birimlere parçalayarak sayma işlemi yanlış bir yol izlemiştir. Bu stratejiye ilişkin öğrenci yorumlarının genel olarak “Eşkenar dörtgenin alanını bulmak için o dörtgenin içindeki birim kareleri saymak gerekir.” şeklinde olduğu belirlenmiştir.

Formül kullanarak eşkenar dörtgenin alan ölçüsünü hesaplamada öğrencilerden 2’sinin problemde verilen dikdörtgenin alanının yarısını, 1’inin de eşkenar dörtgenin köşegen uzunluklarını çarpıp yarısını alarak doğru, 1’inin tabanı ile yüksekliğini çarpıp, 1’inin yükseklik ile tabanı çarpıp ikiye böldüğü, 1’inin eşkenar dörtgenin bütün kenar uzunluklarını

topladığı ve 1'inin ise herhangi iki kenarı çarpılarak yanlış bir yol izlediği belirlenmiştir. Bu stratejiyi kullanan öğrencilerden biri Şekil 1'deki şekli çizmiş ve "... ve yahu taban (kahverengi çizgi) ve yüksekliği (turuncu çizgi) çarpıp 2'ye bölüp de bulabiliriz. $(6.4)=24/2=12$." şeklinde de açıklamada bulunmuştur.

Çok adımlı stratejileri kullanan öğrenciler doğru adımları takip etmiştir. Öğrencilerden 10'u eşkenar dörtgeni 2 üçgene parçalayıp üçgenlerin alanlarını toplamış, 2'si 4 üçgene parçalayarak üçgenlerin alanlarını hesaplama yoluna gitmiş, 1'i ise Şekil 1'deki gibi şekli 4 üçgene parçalayarak 2 üçgeni çıkarıp farklı yerlere ekleme yoluyla şekli dikdörtgene tamamlamıştır. Öğrencilerden bazıları parçaladığı üçgenlerin alanlarını toplayarak, bazıları üçgenleri dikdörtgenlere dönüştürerek eşkenar dörtgenin alanına ulaşmıştır. Bu stratejiyi kullanan öğrenci yorumları "Bir eşkenar dörtgen 4 tane eş üçgenden oluşmuştur. Bu yüzden eşkenar dörtgeni dörde böleriz. Çıkan üçgenlerin alanlarını hesaplayıp toplarız ve eşkenar dörtgenin alanını bulmuş oluruz. $(3.2)/2=3$, $3.4=12 \text{ cm}^2$ ", "Eşkenar dörtgeni ikiye bölüp iki üçgen elde ettim. Sonra üçgenlerin alanını buldum ve topladım. 12 cm^2 ", "Eşkenar dörtgeni karşılıklı köşelerinden birleştirip kesersek 4 adet dik eşit üçgen elde ederiz. Bir üçgenin bir dik kenarı (yükseklik olan dik kenar) 3 br, diğer dik kenar 2 br, $3.2=6$ bulduğumuz alan bir üçgenin alanı fakat biz eşkenar dörtgeni 4 eşit üçgene böldük. 6 ile 4 ü çarparsak eşkenar dörtgenin alanını buluruz. $6.4=24$." "Şekli ortadan ikiye ayırırız. Oluşan üçgenlerin alanını hesaplarız. $4.3=12/2=6$, $4.3=12/2=6$, $6+6=12$.", "Eşkenar dörtgenin alan formülünü hatırlıyorum. Ama ortadan bir dikme indirip iki ayrı üçgen oluşturdum. O üçgenlerin alanlarını bulup toplarsam eşkenar dörtgenin alanını bulabileceğimi düşünüyorum. $(4.3)/2=6$, $6+6=12$.", "1 nolu parçayı 2 nolu bölgeye, A nolu parçayı B nolu bölgeye yerleştirdiğimizde bir dörtgen elde ediyoruz (yeşille gösterdiğim) bu dörtgenin alanını bulduğumuzda eşkenar dörtgenin alanını bulmuş oluruz ve yahu taban (kahverengi çizgi) ve yüksekliği (turuncu çizgi) çarpıp 2'ye bölüp de bulabiliriz. $6.4=24/2=12$. (Şekil 1)" ve "Tam ortadan iki eş parçaya bölerim. Böylece üçgen oluşur. Üçgenlerin alanlarını bulup toplarım. $(4.3)/2=12/2=6$. Bir üçgenin alanı 6 diğerinin de 6 olur böylece eş oldukları için $6+6=12$ çıkar." şeklinde olmuştur.

Yamuğun alanı ile ilgili Ekte verilen 5. problemin çözümünde öğrencilerin kullandığı stratejiler ve anlama seviyelerine ilişkin veriler frekansları ile birlikte Tablo 6'da verilmiştir.

Tablo 6: Yamuğun alanı ile ilgili problemlerin çözümünde kullanılan stratejiler

Stratejiler	Anlama Seviyesi	Stratejilere ilişkin Kategoriler	Alt kategoriler	f
Sayma	Doğru	İç bölgedeki birim kareleri sayma		6
	Yanlış	Kenarlardaki birimleri sayma		2
Formül kullanma	Doğru	$\frac{(alt\ taban+üst\ taban).h}{2}$		8
	Yanlış	$\frac{alt\ taban.üsttaban.h}{2}$		2
		$\frac{(alt\ yüzey+üst\ yüzey).h}{2}$		1
		$\frac{Dikdörtgenin\ alanı}{2}$		1
		$\frac{alt\ taban.yükseklik}{2}$		1
		İki kenar uzunluğunu çarpma		1
		Tabanlar dışındaki kenar uzunluklarını toplama		1
Çok adımlı stratejileri kullanma	Doğru	Parçalama-çıkarma-ekleme-tamamla	Üçgenlere parçalama çıkarıp ekleyerek dikdörtgene tamamlama	8
			Üçgenlere parçalama çıkarıp ekleyerek kareye tamamlama	2

Parçalama-formül kullanma	İki dik üçgen/üçgen ve bir dikdörtgene parçalayarak üçgenler ve dikdörtgenin alanını hesaplama	7
	Kare ve üçgene parçalayarak alanları hesaplama	3
Parçalama-ekleme-tamamlama	İki dik üçgen ve dikdörtgene parçalayarak üçgenlerden birini diğer üçgenin yanına ekleyerek şekli kareye tamamlama	3
Parçalama-çıkarma-ekleme-tamamla-formül kullanma	Üçgeni çıkarıp ekleyerek kareye tamamlama ve formül kullanma [Kenarları çarpma, Tabanxyükseklik]	2

Tablo 6'ya göre yamuğun alanı ile 5. problemi çözen öğrencilerden 8'i sayma stratejisi, 15'i formül kullanma stratejisi ve 25'i çok adımlı stratejileri kullanmıştır. Keskin'in (2016) tanımı dikkate alınarak öğrencilerin kullandıkları stratejiler doğru ve yanlış olarak sınıflandırılmıştır.

Sayma stratejisi kullanan öğrencilerin doğru ve yanlış anlama seviyelerinde oldukları görülmüştür. Yamuğun alan ölçüsü hesaplanırken öğrencilerden 6'sı yamuğun iç bölgesinde kalan birim kareleri sayarak doğru, 2'si ise kenar uzunluğunu kendisine göre birimlere ayırarak sayma işlemi ile yanlış bir yol izlemiştir. Bu stratejiyi kullanan öğrenci yorumları genel olarak "Bu sorunun 2 yolu var. Birisi mantık, diğeri ezber ben mantık halinde anlatacağım. Küçük karelerin her biri 1 cm² içindeki kareleri sayalım. 12+2+2=16 cm² alanı var." ve "Etrafındaki birim kareleri sayarak bulurum (yamuğun kenar uzunluk birimlerini sayıyor)" şeklinde olmuştur.

Formül kullanan öğrencilerin de doğru ve yanlış anlayışlara sahip oldukları görülmüştür. Öğrencilerden 8'i $\frac{(alt\ taban+üst\ taban).h}{2}$, 2'si $\frac{alt\ taban.üst\ taban.h}{2}$ formüllerini kullanmıştır. Bunun yanı sıra yamuğun alanını hesaplarken 1'er öğrenci de $\frac{(alt\ yüzey+üst\ yüzey).h}{2}$, $\frac{Dikdörtgenalanı}{2}$, $\frac{alt\ taban.yükseklik}{2}$ formülleri ile iki kenar uzunluğunu çarpma ve tabanlar dışındaki kenar uzunluklarını kullanma yoluna gitmiştir. Keskin'in (2016) tanımı dikkate alındığında alt ve üst tabanın toplamının yükseklik ile çarpılıp ikiye bölünmesi ile alan ölçümünü hesaplayan öğrencilerin doğru, diğerlerinin ise yanlış anlama seviyelerinde olduğu belirlenmiştir. Doğru bir yol izleyen öğrencilerin "Alt taban ile üst tabanı toplayıp elde ettiğimiz sonucu yükseklik ile çarpıyoruz. Sonra bulduğumuz sonucu 2'ye böleriz ve alanı bulmuş oluruz. (3+5).4/2=8.2=16 cm²." Şeklinde açıklama yaptığı, yanlış olanların ise genelde yanlış formülleri yazarak alan ölçüsünü hesaplama yoluna gittiği görülmüştür.

Çok adımlı stratejileri kullanan öğrencilerin ise doğru anlama seviyelerinde olduğu tespit edilmiştir. Öğrencilerden 10'u yamuğu çeşitli üçgenlere parçalayarak üçgenlerden bazılarını çıkarıp ekleyerek şekli kare (Şekil 2) veya dikdörtgene tamamlamıştır. Ayrıca diğer 10'u şekli üçgen, kare veya dikdörtgene parçalamış ve oluşturulan şekillerin alanlarını formül kullanarak hesaplamıştır. 3 öğrenci şekli üçgen ve dikdörtgene parçalayarak üçgenlerden birini formüller yardımıyla çıkarıp ekleyerek şekli kareye dönüştürmüş, 2'si şekli üçgene parçalamış, üçgeni çıkarıp farklı bir yere ekleyerek şekli kareye tamamlamış ve oluşturduğu karenin alanını formül kullanarak hesaplamıştır. Üçgen, kare, dikdörtgen ve yamuğun alan ölçüm formülleri dikkate alındığında öğrencilerin izledikleri yollar ve yaptıkları açıklamaların doğru olduğu belirlenmiştir. Bu stratejiye ilişkin öğrenci yorumları "Mavi üçgeni A bölgesine yerleştirip elde ettiğimiz karenin alanından buluruz. 4.4=16 (Şekil 2).", "4.4=16. Soldaki kenarı kestim sağdaki boşluğa yerleştirip kare yaptım.", "16. Çünkü yan parçalardan birini kesip diğer yandaki boşluğa yapıştırırsak 4'e 4'lük bir kare oluşuyor.", "Sol taraftaki fazlalığı sağ taraftaki boşluğa yapıştırdım sonra taban x yükseklik yaptım.", "Aslında çeşitli yollarla bu soruyu

çözebiliriz. Yamuğun içinde onun eğimini sağlayan iki üçgen vardır. Bu üçgenleri yok sayarak içinde oluşturduğumuz karenin alanını bulup ordaki üçgenleri dikdörtgene tamamlayıp alanı kolayca bulabiliriz.”, “Ortadan bir dikdörtgen çıkarırım $4.3=12$, ardından iki üçgenin alanını bulurum. $(4.1)/2= 2$, $12+2+2=16$.”, “Yamuğu ok yönünden (şekli aşağıdan yukarıya olacak şekilde iki eş üçgen ve bir dikdörtgene parçalıyor) böldüm. Bu sebeple iki üçgen ve bir dikdörtgen elde ettim. Sonra alanları topladım. Yamuk= $2+2+12=16 \text{ cm}^2$. 1.üçgen= $(4.1)/2=2 \text{ cm}^2$. 2.üçgen= $(4.1)/2=2 \text{ cm}^2$. Dikdörtgen= $4.3=12 \text{ cm}^2$.” şeklinde olmuştur.

4. TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu çalışmada, 8. sınıf öğrencilerine SAH, MM ve AÇ alan ölçüm problemleri sorularak öğrencilerin alan ölçümü konusunda sahip oldukları bilgiler ile alan ölçüm problemlerinde kullandıkları stratejiler ve stratejilere ilişkin anlama seviyeleri incelenmiştir. Öğrencilerin alan ölçümünü yorumlarken çevre ile ilişki kurduğu, geometrik şekillerin alanları arasında ilişki kurduğu, alanın ne zaman değişip değişmeyeceğine değindikleri tespit edilmiştir. Ayrıca üçgen, dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve yamuk ile ilişkili problemlerde alan ölçüsünü hesaplayabilmek için öğrencilerin sayma, formül kullanma ve çok adımlı stratejileri kullandığı belirlenmiştir. Bazı öğrencilerin alakasız cevaplar verdikleri ve problemleri cevapsız bıraktıkları görülmüştür. Kullanılan stratejilere ilişkin öğrencilerin anlama seviyelerinin ise doğru, kısmen doğru ve yanlış olduğu tespit edilmiştir.

MM ve AÇ problemlerdeki öğrenci cevapları alan ve çevre arasında ilişki kurma, geometrik şekillerin alanları arasında ilişki kurma ve alanın değişebilirliği şeklinde kategorize edilirken bu kategorilerdeki öğrenci yorumları kavramsal ve işlemsel olarak alt kategorilere ayrılmıştır. Bütün bu kategorilere ilişkin öğrenci yorumları incelendiğinde onların bazı hata ve yanlışlara sahip oldukları görülmüştür. Alan ile çevre arasında ilişki kuran öğrencilerin kavramsal anlamdaki yanlışlarından biri öğrencilerin alan ölçüsünden ziyade alanı yorumlamaları olmuştur. Alan, ölçüm yapılabilecek bir bölgeye bir düzlemin döşenmesi (Reynolds ve Wheatley, 1996) alan ölçümü ise bu bölgeyi kaplamak için ihtiyaç duyulan ölçü birimlerinin sayısıdır (Fauzan, 2002). Dolayısıyla alan ölçümü için bir şeklin ölçümünün hesaplanması gerekmektedir. Oysaki öğrencilerin alan ölçüsüne ilişkin yorumları “... alanın sınırlanan bölge olması”, “...alan kenarlar içinde kapladığı bölüm olması” şeklindedir. Bu durum öğrencilerin alan ve alan ölçüsü kavramlarını ayırt edemediklerini göstermektedir. Yine alan ölçüsünü işlemsel olarak yorumlayan öğrencilerin kenarların çarpımından bahsettikleri kenarın uzunluğunun alınması gerektiğini göz ardı ettikleri belirlenmiştir. Bu iki benzer durum öğrencilerin aslında ölçme konusunda yanlış içerisinde olduklarını açıklamaktadır. Ayrıca öğrencilerin çoğu çevre uzunlukları eşit olan dikdörtgenlerin alanlarının da eşit olduğunu ifade etmiştir. Moreira ve Contente'nin (1997) çalışmasında da benzer bulgular elde edilmiş, bu durumun öğrencilerin alan ve çevre arasında doğrusal bir ilişki olduğuna inandıklarından kaynaklandığı belirlenmiştir. Kidman ve Cooper (1997) da uzunluk ve genişliği öğrencilerin nasıl kullandıklarını belirledikleri çalışmanın sonucunda öğrencilerin yarısının alanı hesaplarken dikdörtgenin kenar uzunluklarını topladıklarını, alan ve çevre bağıntılarını birbiriyle karıştırdıklarını tespit etmiştir. Ayrıca bu çalışmada çoğu öğrenci şeklin parçalanıp birleştirilerek farklı bir şekil oluşturulması durumunda alanın değişmeyeceğini ifade ettikleri görülmüştür. Öğrenci ifadelerinden alanın korunumuna dikkat ettikleri ortaya çıkmıştır. Ancak, bu çalışmada elde edilen bulgunun aksine bazı çalışmalarda öğrencilerinin bir kısmının bir şeklin parçalarına ayrılıp, aynı parçalar kullanılarak oluşturulan yeni şeklin alanının değiştiğine inandıkları tespit edilmiştir (Emekli, 2001; Kamii ve Kysh, 2006; Tan Şişman ve Aksu, 2009). Öğrencilerden biri yüzeyin uzunluğu değişmediği sürece alanının değişmeyeceğini ifade etmiştir. Burada öğrencinin “yüzeyin uzunluğu” kavramını kullanması yüzeyin aslında bir bölgeyi ifade ettiğinin ve yüzeyin alanının olabileceğinin farkında olmadığını göstermiştir.

SAH ve AÇ problemler birlikte değerlendirildiğinde elde edilen bulgulara göre öğrencilerin alan ölçüm problemlerinde kullandıkları stratejilerin esnek olduğu görülmüştür. Öğrencilerin üçgen ve dikdörtgen ile ilişkili alan ölçüm problemlerinde kullandıkları yaygın stratejilerden birinin formül kullanma, eşkenar dörtgen ve yamukta ise çok adımlı stratejileri kullanma olduğu belirlenmiştir. Huang ve Witz'in (2013) çalışması da bu bulguyu destekler niteliktedir. Öğrencilerden üçgen ve paralelkenarın alan ölçümü istenmiş ve ilgili çalışmada öğrencilerin çoğunluğunun ölçümü belirlerken formülden yararlandığı tespit edilmiştir. Tan (1998) da temel şekillerin alanlarını ölçerken öğrencilerin formül kullanmaya eğilimli olduklarını belirlemiştir. Ancak formül kullanan öğrencilerin bazı yanlış anlama seviyelerine sahip olduğu bu çalışmanın bulguları arasındadır. Alan ölçüsünü taban ve yüksekliği çarparak hesaplayan bütün öğrencilerin yüksekliğin ilgili tabana ait olması gerektiğini ifade etmedikleri belirlenmiştir. Bu bulgu, Gürefe ve Gültekin (2016) tarafından elde edilen bulguyu destekler niteliktedir. Ayrıca katılımcılardan bazıları dikdörtgende uzun kenar ve kısa kenar kavramları yerine büyük kenar ve küçük kenar, dikdörtgende kenar uzunluğu yerine kenar ölçüsü en ve boy uzunluğu yerine dik ve yan, dik ayırıt ve yanal ayırıt, uzunluk x taban formülünde genişlik yerine taban, yamuğun alanında taban yerine yüzey kavramlarını kullanarak yanılığa düşmüşlerdir. Doğru ifadelerin kullanılmaması katılımcıların bu kavramları kavramsal olarak edinmemesinden kaynaklanmış olabilir (Linchevsky, Vinner, ve Karsenty, 1992). Ayrıca katılımcılar alan ölçüsünü belirlerken dikdörtgende kenar uzunlukları toplamış, üçgen, eşkenar dörtgen ve yamukta ise şeklin kenarlarını oluşturan çizgileri kendisine göre birimlere ayırarak bu birimleri toplamıştır. Alan ölçüsü bulunurken şekli çevreleyen çizgilerin birim olarak sayılıp ifade edilmesi veya kenar uzunluklarının toplanması öğrencilerin alan ve çevre kavramlarını birbirine karıştırdığını göstermiştir. Benzer bulgu Tan Şişman ve Aksu'nun (2009) çalışmasında da elde edilmiştir. Katılımcılar dikdörtgende taban uzunluğunu belirlerken tabandaki birim kare sayılarını toplayarak, eşkenar dörtgen ve yamukta alan ölçüsü için iki kenarlarını çarparak, yamukta alan ölçüsü için tabanları ve yükseklikleri çarpıp yarısını alarak da yanılığa düşmüşlerdir.

Çalışmada öğrencilerin kullandığı bir diğer strateji sayma olmuştur. Öğrenciler birim karelerin alanından yararlanmış, şeklin iç bölgesinin kaç tane birim kareden oluştuğunu belirleyerek şekillerin alan ölçüsünü hesaplama yoluna gitmiştir. Bu durumun aksine Kamii ve Kysh'in (2006) çalışmasında öğrencilerin kareyi alan ölçme birimi olarak kullanmadıkları tespit edilmiştir. Ancak bu çalışmada sayma stratejisi bağlamında öğrenciler sadece şeklin iç bölgesindeki birim kareleri saymamış, şeklin kenarlarındaki birimleri de saymıştır. Aslında bu bulgu öğrencilerin alan ve çevre formüllerini karıştırdığını göstermiştir. Ayrıca birçok araştırmacı alan ölçüsü hesaplamada çocuklar için sayma stratejisi kullanımından ziyade bir formülün kavramsal olarak anlaşılmasının daha önemli bir adım olduğunu önermiştir (Battista, 2003; Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2010). Torbeyns, Verschaffel, ve Ghesquiere (2004) de sayma stratejisinin çok fazla prosedür gerektirdiğini ve öğrencilerin kolaylıkla işlemsel hatalar yapabileceklerini ifade etmiştir. Nitekim bu çalışmada da öğrencilerin şeklin içerisindeki birim kareleri sayarken tam olanları bir, olmayanları ise bire tamamlayarak işlem yaptıkları, bu tamamlama işlemlerinde ise her ne kadar kullanılan strateji doğru olsa da alan ölçümü için hesaplanan sayısal değerlerin kimi zaman fiziksel anlamda saymadan kaynaklı olarak hatalı olduğu belirlenmiştir. Bu hata dikdörtgen için çok geçerli değilken özellikle tam bir birim kare ve birim kare olmayan şekilleri içeren üçgen, eşkenar dörtgen ve yamuk gibi geometrik şekiller için geçerli olabilmektedir.

Çalışmada eşkenar dörtgen ve yamuğun alan ölçüsünün hesaplanmasında öğrencilerin en fazla tercih ettikleri stratejinin çok adımlı stratejiler olduğu belirlenmiştir. Bu stratejiyi tercih eden çoğu öğrencinin alan ölçüsü hesaplamada verilen şekillerin formülünü bilmedikleri onun için şekilleri alan ölçüsünü kolaylıkla belirleyebileceği üçgen, kare veya dikdörtgenden yararlandığı görülmüştür. Bu öğrencilerin şekilleri üçgen, kare veya dikdörtgene parçalayarak

parçaladıkları şekillerin veya çıkarıp ekleme yoluyla farklı bir kare veya dikdörtgene dönüştürerek oluşturdukları şekillerin alan ölçülerini formül yardımıyla hesapladıkları ya da formül kullanmadan alanın bu şekilde bulunacağını ifade ettikleri tespit edilmiştir. Çalışmada öğrenciler tarafından üçgen için çok adımlı stratejiler kullanılmazken dikdörtgen için parçalama-formül kullanma veya parçalama-sayma çok adımlı stratejileri kullanılmıştır. Dikdörtgende şekil birim karelere parçalanmış ve karelerin alanlarından yararlanılarak alan ölçüsü hesaplanmıştır. Dickson'un (1989) yaptığı çalışmada ise öğrencilerin dikdörtgenin alan ölçüsünü hesaplamada çok adımlı stratejilerden çoğunlukla sayma-ekleme işlemini kullandıkları belirlenmiştir.

Çalışmada öğrencilerin alan ölçümü konusunda sahip olduğu kavramsal ve işlemsel bilgiler ile problemleri çözerken hangi stratejileri kullandıkları ortaya çıkarılmış ve bu süreçte öğrencilerin stratejileri doğru olması yanında yanlış da kullandıkları ve birçok kavram yanlılığı ve hatasının olduğu belirlenmiştir. Oysaki matematik öğretim programı öğrencilerin farklı sınıf düzeylerinde çeşitli geometrik şekillerin alanlarını belirleyerek alan ölçülerini doğru bir şekilde hesaplamalarını beklemektedir. Bu çalışma ile aslında öğretim programının bu yöndeki beklentisinin çalışmanın katılımcıları tarafından nasıl karşılandığı tespit edilmiş olup öğrencilerin sahip olduğu doğru veya yanlış bu bilgilerinin öğretmenlere yapacakları sınıf uygulamalarında ışık tutacağı düşünülmüştür.

5. ÖNERİLER

Çalışma ile öğrencilerin alan ölçümü konusundaki bilgisi, alan ölçümünü hesaplamada kullandıkları stratejiler ve bu stratejileri anlama seviyeleri ortaya çıkarılmıştır. Alan ölçümü ve kullanılan stratejiler incelendiğinde öğrencilerin üçgen, eşkenar dörtgen ve yamuğa ilişkin alan ölçüsünün hesaplanması ile ilgili anlama seviyelerinin doğru ve yanlış, dikdörtgen için ise doğru, kısmen doğru ve yanlış olduğu tespit edilmiştir. Her ne kadar öğrencilerin anlama seviyelerinin doğru olması durumu yoğunlukta olsa da öğrencilerin kullandıkları stratejilere ilişkin anlama seviyelerinde yanlış olma durumları da söz konusudur. Dolayısıyla öğretmenlerin sınıf içerisinde kullandıkları stratejilere ilişkin adımları dikkatli bir şekilde seçerek uygulaması gerekmektedir. Sınıf içi uygulamalarda formüllerin kavramsal olmayacak şekilde öğrencilere alan için axb veya tabanxyükseklik formüllerinin ezberletilmesinden ziyade formüllerin kavramsal olarak ne anlama geldiklerinin öğretilmesi öğrencilerin yararına olacaktır. Ayrıca öğrencilerin kavramlara ilişkin pek çok yanlılığı ve hataya sahip oldukları görülmüştür. Linchevsky, Vinner ve Karsenty (1992) geometrik şekillerin kavramsal olarak edinilmemesi durumunda doğru tanımların yapılamayacağını ifade etmiştir. Triadafillidis (1995) de öğrencilerin sahip olduğu kavram tanımlarının öğretmenlerin dersi ele alma şeklinden etkilendiğini ifade etmiştir. Bundan dolayı kavram tanımında kullanılan kelimelerin sınıf içi uygulamalarda öğretmenler tarafından dikkatli bir şekilde seçilerek öğretilmesi gerekmektedir.

5. KAYNAKLAR

- Battista, M. T. (2003). Understanding students' thinking about area and volume measurement. In D. H. Clements (Ed.), *2003 yearbook, learning and teaching measurement* (122-142). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Bright, G. W. & Hoeffner, K. (1993). Measuring, probability, statistics, and graphing. In D. T. Owens (Ed.), *Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics* (78-98). New York: Macmillan.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç-Çakmak, E., Akgün, Ö.E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2016). Bilimsel araştırma yöntemleri (22. Baskı). İstanbul: Pegem A.
- Cavanagh, M. (2008). Area Measurement in Year 7. *Educational Studies in Mathematics*. 33, 55- 58.
- Chappell, M. F. & Thompson, D. R. (1999). Perimeter or area? Which measure is it?. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 5(1), 20-23.

- Clements, D. H. & Stephan, M. (2004). Measurement in pre-K to grade 2 mathematics. In D. H. Clements & J. Sarama (Eds.), *Engaging young children in mathematics* (299–317). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Dağlı, H. (2010). *İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin çevre, alan ve hacim konularına ilişkin kavram yanlışları*. Yayınlanmış Master Tezi. Afyon Kocatepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Afyon.
- Dickson, L. (1989). Area of a rectangle. In K. Hart, D. C. Johnson, M. Brown, L. Dickson, & R. Clarkson (Eds.), *Children's mathematical frameworks 8-13: A study of classroom teaching (89-125)*. England, Windsor: NFER-Nelson Publishing Company.
- Douady, R. & Perrin, M. J. (1986). Concerning conceptions of area (students aged 9 to 11). In L. Burton & C. Hoyles (Eds.), *Proceedings of 10th PME international conference* (253–258). London, England: PME.
- Emekli, A. (2001). *Ölçüler konusunun öğretiminde yanlışların teşhisi ve alınması gereken tedbirler*. Yayınlanmamış Master Tezi, Selçuk Üniversitesi, Konya.
- Fauzan, A. (2002). *Applying Realistic Mathematics Education (RME) in Teaching Geometry in Indonesian Primary Schools*. Doctoral Dissertation. Enschede: University of Twente.
- Grant, T., J. & Kline, K. (2003). Developing the building blocks of measurement with young children. In D.H. Clements & G. Bright (Eds.), *Learning and Teaching Measurement 2003 Yearbook* (46-57). Reston, VA: NCTM.
- Gürefe, N. & Gültekin, S. H. (2016). Yükseklik Kavramına Dair Öğrenci Bilgilerinin İncelenmesi. *Ahi Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi (KEFAD)*, 17(2), 429-450.
- Huang, H.-M. E. & Witz, K. G. (2013). Children's conceptions of area measurement and their strategies for solving area measurement problems. *Journal of Curriculum and Teaching*, 2(1), 10–26.
- Kamii, C. & Kysh, J. (2006). The difficulty of "length x width": Is a square the unit of measurement?. *Journal of Mathematical Behavior*, 25, 105-115.
- Kenney, P. A. & Lindquist, M. M. (2000). Students' performance on thematically related NAEP tasks. In E. A. Silver, & P. A. Kenney (Eds.), *Results from the seventh mathematics assessment of the National Assessment of Educational Progress* (343-363). Reston, VA: NCTM.
- Keskin, C. (2016). *Ortaokul matematik 7 ders kitabı*. Ankara: Ada Yayıncılık.
- Kidman, G. & Cooper, T.J. (1997). Area integration rules for grades 4, 6, 8 students. In E. Pehkonen (Ed.), *Proceedings of the 21st Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 132-143. Lahti, Finland: University of Finland.
- Komisyon, (2016). *Ortaokul ve İmam Hatip Ortaokulu matematik 5. sınıf ders kitabı*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.
- Komisyon, (2016). *Ortaokul matematik 6. sınıf ders kitabı*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.
- Kordaki, M. & Balomenou, A. (2006). Challenging students to view the concept of area in triangles in a broad context: Exploiting the features of Cabri-II. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 11, 99-135.
- Lehrer, R., Jaslow, L., & Curtis, C. L. (2003). Developing an understanding of measurement in the elementary grades. In D. H. Clements & G. Bright (Eds.), *Learning and teaching measurement* (100-121). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Linchevsky, L., Vinner, S., & Karsenty, R. (1992). To be or not to be minimal? Student teachers views about definitions in geometry. In W. Geeslin & K. Graham (Eds.), *Proceedings of the sixteenth international conference for the psychology of mathematics education*, 2, 48-55. Durham USA.
- Miles, M., & Huberman, M. (1994). *Qualitative data*. Thousand Oaks California: Sage.
- Moreira, C. Q. & Contente, M. do R. (1997). The role of writing to foster pupil's learning about area. In E. Pehkonen (Ed.), *Proceedings of the 21st PME International Conference*, 3, 256-263.
- National Council of Teachers of Mathematics, (2009). *Guiding principles for mathematics curriculum and assessment*.
- Reynolds, A., & Wheatley, G. H. (1996). Elementary students' construction and coordination of units in an area setting. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, 564-581.
- Strutchens, M. E., Martin, W. G., & Kenney, P. A. (2003). What students know about measurement: Perspectives from the national assessments of educational progress. In D. H. Clements & G. Bright (Eds.), *Learning and teaching measurement. 2003 year book* (195-207). Reston, VA: NCTM.
- Tan, N. J. (1998). A study on the students' misconceptions of area in the elementary school. (in Chinese). *Journal of National Taipei Teachers College*, 11, 573-602.
- Tan Şişman, G. ve Aksu, M. (2009). Yedinci sınıf öğrencilerinin alan ve çevre konularındaki başarıları. *İlköğretim Online*, 8(1), 243-253.

- Torbeyns, J., Verschaffel, L., & Ghesquiere, P. (2004). Strategic aspects of simple addition and subtraction: The influence of mathematical ability. *Learning and Instruction*, 14, 177-195.
- Triadafilidis, T. A. (1995). Circumventing visual limitations in teaching the geometry of shapes. *Educational Studies in Mathematics*, 29(3), 225-235.
- TTKB, (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı*. Ankara: MEB Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı Yay. [online]: <http://ttkb.meb.gov.tr/>
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2010). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (8th ed.). Upper Saddle River, NJ: Pearson Education.
- Woodward, E. & Byrd, F. (1983). Area: Included topic, neglected concept. *School Science and Mathematics*, 83, 343-347.

Extended Abstract

One of the most used measures in mathematics, which is closely related to science, technology and real-life applications, is measurement. Area measurement is the number of units of measure needed to cover a two-dimensional region. This region may consist of regular polygons or irregular polygons. The concepts and skills involved in area measurement include basic knowledge and skills needed in daily life. However, various studies have shown that students have some problems in area measurement. On the basis of these problems, students were often memorized formulas and rules without telling meanings of mathematical concepts are often not memorized by the students but are often memorized by. On the other hand, mathematical success depends largely on how a process or concept was internalized by the learners and the connections between them were established. It is necessity to provide understanding of mathematical concepts, ideas and skills by students.

It is important which strategies students used in process of solving area measurement problems to determine what students have knowledge of area measurement. The strategic knowledge of area measurement, which contains a conceptual understanding of area measurement represents higher-order thinking skills. This study aims to reveal knowledge about area measurement of students by determining the strategies used in these problems. In order to do effective mathematics teaching, it is important to determine what students knew and needed to learn. It is possible to create a supportive and inquisitive understanding to ensure. In the literature, some studies have been done abroad to determine the strategies used by the students in area measurement problems, it hasn't been encountered in this area in Turkey. However, studies have also addressed the problems of areas of geometric shapes such as triangles, rectangles, and parallelograms, and it has not been determined what strategies are used for areas of quadrangles such as rhombuses and trapezoids.

In this study, data were gathered through document review from thirty-nine eighth-graders students studying in a public school of Ankara at the 2015-2016 academic year. The study data were collected via six open-ended problems involved numerical area calculation (NAC) problems, mathematical judgement problems (MJ) and explanation problems (EXP) and analyzed using content analysis. NAC problems demanded numerical calculations for determining the areas of given figures. MJ problems required a judgment for the accuracy of a given solution statement regarding the measurement of an area. The EXP problems required a written explanation to communicate the reason for either the answer to a corresponding NAC problem or the judgment given to a corresponding MJ problem. The problems were administered in written form in a lesson time (40 minutes).

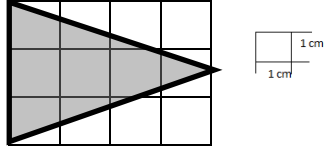
The findings of the research were presented as knowledge of area measurement and strategies used area measurement problems. Students were asked NAC, MJ and EXP problems relation to area measurement. In this process, NAC problems have been provided with EXP and MJ problems with EXP. It has been determined that students interpreted area measurement building relations between area and perimeters, building relations between areas of geometric shapes, explaining when area show variety, and students used formulas, counting, multi-step strategies in solution process of area measurement problems.

It was determined that there was a flexibility in the strategies used by students in area measurement problems. Students had used common formula in solving problems related to area measurement of triangle and rectangle and used common multi- step strategies in problems related to area measurement of rhombus and trapezoid. It has been determined that none of the students used the formula couldn't express that height have to be belong to the relevant base and that students used formula had misunderstanding. It has also been found that some students using a formula are misunderstood. For

example; using the big edge and small concepts for tall edge and short edge in rectangle, using formula for the area of the rectangle, expressing width as base in the length \times base formula, to sum up lengths of four sides in rectangle and rhombus, using the surface concept instead of the base in the area of trapezoid, etc....Students counted unit squares in the inner part of shapes and units on the edges of the shapes. This has shown that students were confused area and perimeter formula. In the study, it was determined that students have commonly preference fragmentation-formula using in the multi-step strategies. The students split a shape in a different shape and calculated it's area by known formulas. While students often prefer to use formulas in strategies, it has been noticed that some of them have used formulas unconsciously. Based on findings from the study, it has been determined that teachers should teach students what the formulas mean conceptually rather than memorizing formulas unconsciously during classroom practice. However, it was seen that students had misconceptions and error when students' answer about area measurement analyzed. For example, some students stated that the two rectangles with equal perimeters had equal areas. The students stated that area of a figure didn't change with re-arranging the parts of a figure to produce another one.

Ek 1: SORULAR

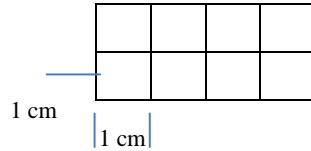
1. a. Aşağıda dikdörtgen içerisinde taralı olarak verilmiş üçgenin alanı nedir? Nasıl hesapladığımı açıklar mısın?



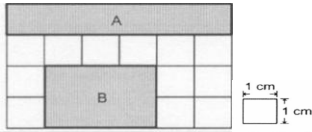
- b. Kerim: *Üçgenin alanı dikdörtgenin alanının yarısıdır. O da $3 \times 4 = 12 (cm^2)$, $12 \div 2 = 6 (cm^2)$ dir.*

Sen Kerim'in bu fikrine katılıyor musun? Katılıp katılmama sebebini açıklar mısın?

2. Aşağıda verilen dikdörtgenin alanı hakkında ne düşünüyorsun? Alanı nasıl hesapladığımı açıklar mısın?



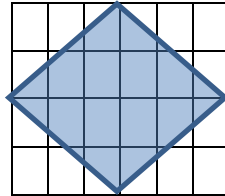
3. a. Aşağıdaki şekilde verilmiş A ve B dikdörtgenlerinin alanları hakkında ne düşünüyorsun?



- b. A ve B dikdörtgenlerinin alanları nedir? Bunu nasıl hesapladım? Nasıl hesapladığımı açıklar mısın?
c. Ali: *A ve B dikdörtgenleri aynı çevre uzunluklarına sahip olduklarından A ve B dikdörtgenlerinin alanları da aynıdır.*

Ali'nin bu fikrine katılıyor musun? Katılıp katılmama sebeplerini açıklar mısın?

4. a. Aşağıda dikdörtgen içerisinde verilmiş taranmış eşkenar dörtgenin alanı nedir? Bunu nereden biliyorsun? Nasıl hesapladığımı açıklar mısın?

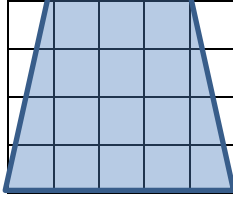


- b. Ayşe: *Eşkenar dörtgenin alanı dikdörtgenin alanının yarısıdır, o da*

$$5 \times 6 = 30 (cm^2), \quad 30 \div 2 = 15 (cm^2) \text{ dir.}$$

Ayşe'nin bu fikrine katılıyor musun, katılıp katılmama sebeplerini açıklar mısın?

5. Aşağıdaki şekilde verilen dikdörtgen içerisindeki taranmış yamuğun alanı nedir? Bunu nereden biliyorsun? Nasıl hesapladığını açıklar mısın?



6. Aşağıda dikdörtgen içerisinde verilen taranmış yamuk ile ilgili olarak Kerim aşağıdakini söylemiştir. Kerim: *Taranmış yamuk 3 parçaya ayrılabilir. Ayrılmış halde verilen A, B ve C bölgelerini kullanarak tam olarak yamuğun alanı ile aynı büyüklükte bir dikdörtgen oluşturabilirim.* Sen Kerim'in bu fikrine katılıyor musun? Katılıp katılmama sebeplerini açıklar mısın?

