

Birim Kare ve Alan Formülünün Türk Öğrenciler İçin Anlamı

The Meaning of Unit Square and Area Formula for Turkish Students

Sinan OLKUN*, Özhan ÇELEBİ**, Esra FİDAN**, Özlem ENGİN**, Cansev GÖKGÜN**

ÖZ. Bu araştırmanın amacı öğrencilerin birim kare ve alan formülünü farklı durumlarda işlevsel olarak nasıl kullandıklarını belirlemektir. Veriler 4 farklı ilde, 11 okulda, 4, 6, 8 ve 9. sınıf öğrencilerinden toplam 248 öğrenci ile görüşme yapılarak toplanmıştır. Veri toplama aracı olarak, birim kare ve alan ölçme ile ilgili problemler içeren bir test kullanılmıştır. Öğrencilerin sorulara verdikleri yanıtlar ve kullandıkları stratejilerden hareket ederek birim kareleri alan birimi olarak kabul edip etmedikleri belirlenmeye çalışılmıştır. Nitel ve nicel olarak analiz edilen verilerden, 4. sınıftan 9. sınıfa kadar öğrencilerin çoğunun birim kareyi alan birimi olarak kabul etmediği ortaya çıkmıştır. Elde edilen bulgular alan kavramı öğretimindeki farklı bakış açıları da dikkate alınarak tartışılmıştır. Alan kavramı ve ilköğretimde öğretimi ile ilgili çeşitli önerilerde bulunulmuştur.

Anahtar Sözcükler: Birim kare, alan formülü, ölçme

ABSTRACT. The purpose of this research was to determine how students use the unit square and area formula in different situations. Data were collected through one-on-one interviews with a total of 248 students from 4th, 6th, 8th, and 9th grades of 11 schools in 4 different cities in Turkey. The data collection tool consisted of problems related to unit square and area measurement. Based on their answers and strategies, it is sought to determine if the students accept the unit square as a unit of area measurement. Qualitative and quantitative analysis of the data revealed that students from 4th through 9th grade do not accept the unit square as a unit of area measurement. Findings are discussed in light of different teaching approaches to area concept. Implications for teaching the area concept and its measurement in elementary grades are discussed.

Keywords: Unit square, area formula, measurement

1. GİRİŞ

Genel olarak matematik kavramlarında olduğu gibi geometrik kavramlar da soyuttur ve varsayımlara dayalıdır. Her ne kadar bu kavramların çoğunu gerçek şekillere benzetmek mümkün olsa da, kavramların matematiksel özellikleri birçok öğrencinin aklında canlandıramadığı varsayımlar üzerine oluşturulmuştur. Boyutsuz noktalardan uzunluğu olan bir doğru parçası oluşması, genişliği olmayan doğru parçalarından bir düzlem parçası oluşması gibi durumlar, çoğu öğrenciye sezgisel olarak karmaşık ya da anlamsız gelebilmektedir. Öğrencilerin kavramları yanlış veya eksik anlamaları, o kavramlarla bağlantılı olan diğer kavramları anlayamamalarına sebep olmaktadır. Alan ölçümü her ne kadar somut gibi görünse de ölçümde kullanılan birimin sürekliliği ve bu birimin formül içinde kullanılması soyut bir düşünceyi ve kavramı kullanmada esnek olmayı gerektirmektedir.

Öğrencilerin alan ve çevreyi karıştırması, alan korunumunu kavramakta güçlük çekmesi sıkça karşılaşılan problemlerdir (Anhalt, Fernandes ve Civil, 2007; Şişman ve Aksu, 2009; Zacharos, 2005). Hatta bazı araştırmalar öğretmenlerin bile alan ve çevre ilişkisi kurmada yanlışlara düştüklerini, alan hesabı için uygun birimi kullanmadıklarını göstermektedir (Baturo ve Nason, 1996 ; Fuller, 1996). Benzer şekilde, TIMSS 1999 araştırmasına Türkiye'den katılan öğrencilerin alan ölçme sorularındaki başarılarının ortalamasının oldukça altında olduğu ve öğrencilerin şekiller arası ilişkiler kurma, birim oluşturma gibi karmaşık beceriler gerektiren durumlarda başarısız olduğu görülmektedir (Olkun ve Aydoğdu, 2003).

Outhred ve Mitchelmore (2000) öğrencilerin alan konusunda yaptığı birçok hatanın, alan ile çevrenin karıştırılması yüzünden ortaya çıktığını belirtmişlerdir. Alan ve çevre

* Prof. Dr., TED Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, sinan.olkun@tedu.edu.tr

** MEB, Öğretmen

hesaplamasının karıştırılmasının bir nedeni öğrencilerin yeterince kavramsal anlama oluşmadan işlemsel yollarla alan ve çevre hesaplamaya kalkışılması olabilir. Şişman ve Aksu (2009) 7. sınıf öğrencilerinin alan ve çevre uzunluğu hesaplama performanslarının, bu kavramları anlama performanslarından daha yüksek olduğunu bulmuşlardır. Yani öğrenciler tam olarak anlamını bilmeden alan ve çevreyi hesaplamaya kalkmaktadırlar. Benzer sonuçlara Huang ve Witz'in (2011) çalışmalarında da ulaşılmıştır. Alan ile çevrenin birbirine karıştırılması, öğrencilerin bu kavramlara ve kavramlarla ilgili formüllere verdikleri anlamın zayıflığının bir göstergesidir.

Öğrencilerin derslerde ve çeşitli kaynaklarda karşılaştıkları örneklerin benzer oluşu ve soruların irdelenmeden çözülmesi, zamanla öğrencinin anlam aramaktan uzaklaşmasına ve ezbere yönelmesine sebep olabilir. Ölçme işlemi somut, fiziksel bir eylem içermesi gerekirken, bir eylem anında değerlendirme yapmanın güç olması gerekçesiyle değerlendirmede sadece klişeleşmiş kâğıt kalem sorularının kullanılması öğrencilerin de işlemsel kısma ağırlık vermelerine neden olabilir (Stephan ve Clements, 2003b). Standart olmayan ölçme problemleri için öğrencinin, öncelikle duruma uygun görsel yapıyı oluşturması, daha sonra bu görsel yapı ile sayısal kısmı koordine etmesi beklenir. Öğrenciler ise genellikle ilk aşamayı gerçekleştirmeden direkt ikinci aşamaya, hesaplama aşamasına geçmektedirler (NCTM, 2007).

Geleneksel eğitimde öğretmenler, öğrencilerine temel şekillerin alan formüllerini doğrudan öğretmek eğiliminde olup bunun yeterli olduğunu savunmaktadırlar (Huang ve Witz, 2011). Oysa alan formülünün öğrenciye anlamlı gelebilmesi için öğrencinin öncelikle iki çizgisel boyutu birleştirip iki boyutlu bir yüzey olarak algılayabilmesi gereklidir. Aksi halde öğrenci için alan formülü, iki uzunluğu hatta iki sayıyı çarpmaktan öteye gidemeyecektir (Stephan ve Clements, 2003b). Başka bir deyişle alan ölçerken herhangi bir "en" ya da "boy" bile göremeyen öğrencilerin çarpma kullanarak birim kare sayısını bulması ya da alan formülünü kullanması pek anlamlı değildir (Battista, Clements, Arnoff, Battista ve Borrow, 1998; Stephan ve Clements, 2003a). Öğrencilerin öncelikle alanı zihinlerinde canlandırabilmeleri ve alan kavramının ne olduğunu anlamaları gerekmektedir. Aksi halde Yeo'nun (2008) çalışmasında bahsettiği, alanın bir kavram olarak değil, yalnızca Uzunluk x Genişlik olarak ezberlendiği sınıf ortamlarını değiştirmek mümkün değildir.

Alan formülünün öğrencilerce anlaşılır olabilmesi için uzunluk ve alan değişkenlerinin sürekli olduğunun anlaşılması gereklidir (Kamii ve Kysh, 2006). Bunun için ise *sonsuz* kavramının çocuğun zihninde oluşmuş olması gerekir. Çünkü bir çocuk, ancak "*sonsuz küçüklükte*" kavramını düşünebilecek düzeye geldiğinde birbirine sonsuz küçüklükte yakın olan çizgileri anlayabilir. Birim karenin bir alan ölçme birimi olarak algılanabilmesi ve alan formülünde kullanılan *iki kenar uzunlukları çarpımının* anlaşılabilmesi, ancak böyle bir düşünme düzeyine erişildikten sonra mümkün olabilir. Ayrıca, alan ölçen bir öğrenci için uzunluk ile alan arasında bağlantı kurmak ve ölçülen alanı oluşturan birimlere geri dönebilmek önemlidir (Simon ve Blume, 1994). Bu bağlantıları kuramayan öğrenciler alan formülünü anlamlandırmakta güçlük çekmektedirler.

Alan formülünün gelişim aşamalarını Outhred ve Mitchelmore (2000) ilişkisel olarak göstermişlerdir. Bu gelişimde sözü geçen *tüm yüzeyi kaplama, uzamsal yapı, boyut ilişkisi, çarpımsal yapı ve uzunluk ölçme* prensipleri, öğrencinin alan ölçmeyi sezgisel olarak anlamlandırması aşamalarını oluşturmaktadır. Clements ve Stephan (2003b) ise alan ölçme ile ilgili basitten karmaşığa doğru ilerleyen 5 basamaktan bahsetmektedirler: 1) Bölümleme, 2) birim tekrarlama, 3) alan korunumu, 4) birimlerden bir dizi oluşturma, 5) uzunluk ölçme. Bu basamaklar alan formülünün anlamlı bir şekilde kullanılması için gerekli alt yapıyı hazırlayan kavramlardır. Bu basamaklarda ortaya çıkabilecek olan eksiklikler, öğrencide alan ölçme kavramının hatalı ya da eksik oluşmasına yol açabilir. Basamaklar incelendiğinde, birimin alan ölçmedeki yerinin önemli olduğu görülmektedir (Reynolds ve Wheatley, 1996).

Öğrenciler için birim karenin “alanı kaplama” özelliğinin olup olmadığı konusunda yapılan araştırmalar öğrencilerin birim kareleri ayrı birer parça olarak gördüklerini, şekli kaplayan bir özelliğe sahip olduğunu algılamakta zorlandıklarını göstermektedir (Kamii ve Kysh, 2006). Kamii ve Kysh’ın çalışmalarında (2006) öğrencilerin birçoğunun birim karenin parçalanamaz olduğunu düşündükleri ve kareleri bir alanı kaplayan birimler olarak algılamadıkları ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin alan korunumunu kazanmadıklarını düşündürecek şekilde, bir şeklin parçalara ayrılıp aynı parçaların farklı şekilde yerleştirilmesiyle oluşturulan yeni şeklin alanının orijinal şeklin alanından farklı olduğunu ifade ettikleri görülmüştür (Kamii ve Kysh, 2006; Şişman ve Aksu, 2009).

Bu çalışmanın amacı Kamii ve Kysh’ın (2006) yaptığı çalışmayı temel alarak birim kare, alan kavramı, alan ölçümü ve alan formülü ile ilgili olarak Türk öğrencilerin durumlarını belirlemektir. Bu amaçla aşağıdaki sorulara cevap aranmıştır:

- 1) “Birim kare” 4, 6, 8 ve 9. sınıf öğrencileri için bir alan ölçme birimi midir?
- 2) 8 ve 9. sınıf öğrencileri için karenin alan kaplama özelliği var mıdır?
- 3) Öğrencilerin standart alan sorularındaki davranışları nasıldır?

2. YÖNTEM

2.1 Katılımcılar

Araştırma grubu, çeşitli sosyo-ekonomik düzeylerden, Ankara, Bolu, Kırıkkale ve Karabük illerinde bulunan 4, 6, 8 ve 9. sınıf öğrencilerinden oluşmaktadır. Araştırmaya katılan öğrencilerin sınıf ve cinsiyetlerine göre sayıları Tablo-1’de gösterilmiştir.

Tablo-1. Sınıf ve Cinsiyete Göre Katılımcı Sayısı

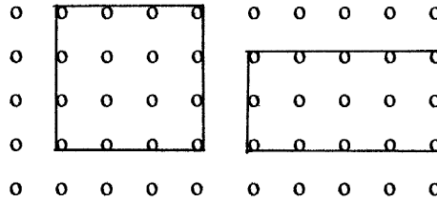
Sınıf	Kız	Erkek	Toplam
4	37	26	63
6	35	35	70
8	32	33	65
9	21	27	48
Toplam	125	121	248

2.2 Ölçme Aracı

Öğrencilerle yapılan bireysel görüşmelerde toplam 6 tane problem durumu kullanılmıştır. Kamii ve Kysh’ın (2006) çalışmalarındaki uygulamaya paralel olarak bu durumlardan ilki araştırmaya katılan bütün öğrencilere, 2, 3, 4, 5 ve 6. sorular yalnızca 8 ve 9. sınıflara sorulmuştur. Soruların ilk 4 tanesi Kamii ve Kysh’ın (2006) araştırmalarından alınmıştır. Birim karelerin verildiği bu 4 soruda birim kareleri alan bulmada kullanmayan öğrencilerin alan formülü kullanma eğilimlerinin test edilmesine yönelik olan 5 ve 6. sorular araştırmacılar tarafından oluşturulmuştur. Beşinci soruda ölçüleri verilmiş bir dikdörtgenin, 6. soruda ölçüleri verilmiş bir dik yamuğun alanı sorulmaktadır. Bu sorular öğrencilerin işlemsel bilgilerini ölçmek amacıyla okullarda sıklıkla kullanıldığı için herhangi bir geçerlik, güvenilirlik çalışmasına ihtiyaç duyulmamıştır.

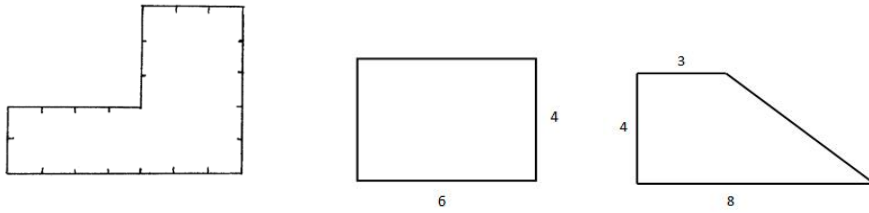
2.3 İşlem

İlk soru için geometri tahtası üzerinde 3x3’lük bir kare ve 2x4’lük bir dikdörtgen oluşturulmuştur (Şekil-1). Öğrenciye, oluşturulan şekilleri birer çikolata olarak hayal etmesi söylenmiş, büyük bir çikolata almak isterse, hangisini seçeceği sorulmuştur. Gözlemci, öğrencinin söylediklerini ve yaptıklarını not almıştır.



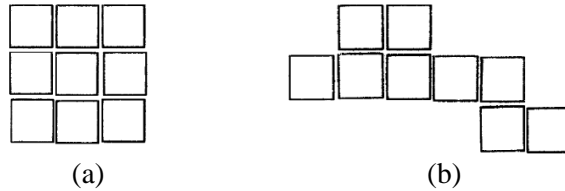
Şekil-1. Birinci Soru İçin Geometri Tahtası Üzerinde Oluşturulan Şekiller

İki, 5 ve 6. sorular, sırasıyla Şekil-2'deki gibi hazırlanıp, çoğaltılarak öğrencilere verilmiştir. Üç soruda da görülen şekillerin alanları istenmektedir. Öğrenciler kâğıtlar üzerinde çalışarak soruları cevaplamışlardır.



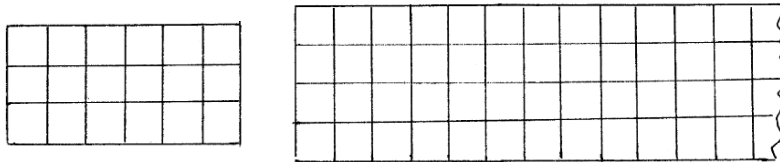
Şekil - 2. 2, 5 ve 6. Sorularda Alanı Sorulan Şekiller

Üçüncü soru için 2x2 cm boyutlarında renkli kareler hazırlanıp beyaz karton üzerine Şekil-3 a ve b'deki gibi yapıştırılarak konumlandırıldıktan sonra öğrencilere gösterilerek "Bu şeklin alanı nedir?" sorusu ile iki şeklin de alanları ayrı ayrı sorulmuştur. Öğrencilerin yarısına a'daki şekil önce, diğer yarısına da b'deki şekil önce sorulmuştur. Öğrencilerin kullandıkları çözüm stratejileri gözlemciler tarafından not edilmiştir.



Şekil - 3. 3. Soruda Alanı Sorulan Şekiller

Dördüncü soru için 3x6 birimlik bir dikdörtgen ve 4 birim genişliğinde dikdörtgen bir şerit hazırlanmıştır (Şekil-4). Öğrencilere 3x6'lık dikdörtgenin alanına eş alana sahip bir şekli, şeridin ucundan düz bir çizgi halinde keserek elde etmenin yolu sorulmuştur.



Şekil - 4. 4. Soruda Kullanılan Dikdörtgen ve Şerit

Öğrencilerle yapılan görüşmeler sonucunda kaydedilen notlar ve öğrencilerin üzerinde işlem yaptığı kâğıtlar incelenerek öğrencilerin her bir görevi doğru olarak yerine getirip getirmediği ve görevi yaparken nasıl bir strateji kullandığı belirlenmiştir. Tüm okullardan gelen veriler birleştirildikten sonra doğru ve yanlış cevaplar sınıf düzeyine ve cinsiyete göre sayısal olarak incelenmiştir. Sayısal işlemlerin yanı sıra öğrencilerin kullandıkları stratejiler de incelenerek yorumlanmıştır.

3. BULGULAR

3.1 Birinci Soruya Verilen Cevaplar ve Kullanılan Stratejilerin Uygunluğu

Birinci soru, araştırma grubunun tamamına yöneltilmiş olup, kareyi seçen öğrencilerin tümünün cevapları doğru kabul edilmiştir. Kareyi seçme nedeninin matematiksel olarak makul olup olmaması ayrı bir kısımda incelenmiştir. Soruya yanlış yanıt veren öğrencilerin kullandıkları stratejiler de *makul değil* kabul edilmiştir. Tablo-2 incelendiğinde, öğrencilerin yaklaşık %82'sinin 1. soruya doğru cevap verdiği fakat doğru cevap verenlerin neredeyse yarısının makul olmayan bir strateji kullanarak doğru cevaba ulaştığı görülmektedir. Öğrencilerin yaklaşık %18'i ise 1. soruya yanlış yanıt vermiş ve kullandıkları stratejiler de dolayısıyla makul bulunmamıştır.

Tablo-2. Öğrencilerin 1. Soruya Verdikleri Cevaplar ve Makul Strateji Kullanımı

Soru 1	Kabul Edilebilirlik		Toplam
	Makul Değil	Makul	
Yanlış	44 (%17,7)	0 (%0)	44 (%17,7)
Doğru	101 (%40,7)	103 (%41,5)	204 (%82,3)
Toplam	145 (%58,5)	103 (%41,5)	248 (%100)

Tablo-3'te öğrencilerin 1. soruya verdikleri yanıtların sınıf düzeyine göre dağılımı gösterilmiştir. Tabloya göre 8. sınıfa kadar sınıf düzeyiyle birlikte doğru cevap yüzdesi de düzenli bir şekilde artmaktadır. Dokuzuncu sınıflarda ise doğru cevapların oranında 8. sınıflara göre istatistiki olarak anlamlı olmamakla birlikte bir düşüş görülmektedir. Bu düşüş beklenmedik bir durumdur. Ancak bu farkın sebebi, 9. sınıfların seçildiği okulların başarılı öğrencilerce tercih edilmeyen okullardan olması olabilir.

Tablo-3. Birinci Soruya Verilen Doğru/Yanlış Cevapların Sınıf Düzeyine Göre Dağılımı

Soru 1	Sınıf Düzeyi				Toplam
	4	6	8	9	
Yanlış	19 (%29,7)	14 (%19,7)	6 (%9,2)	5 (%10,4)	44
Doğru	45 (%70,3)	57 (%80,3)	59 (%90,8)	43 (%89,6)	204
Toplam	64 (%100)	71 (%100)	65 (%100)	48 (%100)	248

Tablo 4'te verilen sınıflar arasındaki farkların ardışık sınıflar için istatistiki olarak anlamlı olmadığı bulunmuştur. Yalnızca 8 ve 9. sınıflar, 4. sınıflara göre anlamlı düzeyde daha başarılıdır. Birinci soruyu doğru yapan öğrencilerin kullandıkları stratejinin makul olup olmadığı Tablo-5'te ve Şekil-5'te görülmektedir. Özellikle Şekil-5 incelendiğinde, sınıf düzeyi arttıkça, makul stratejiler kullanan öğrenci sayısının da arttığı açık şekilde görülmektedir. 9. sınıflarda verilen yanlış cevapların oranının 8. sınıflara göre daha yüksek olduğu gibi, makul bir strateji kullanılmadan ulaşılan doğru cevapların oranı da 9. sınıflarda daha yüksektir. Bu durum istatistiksel olarak anlamlı olmamakla birlikte yine de beklenmeyen bir durumdur. Bunun nedeni yine yukarıda belirtildiği gibi okullar arası farklar ya da gözlemci, il veya bireysel farklılıklarla ilgili olabilir.

Öğrencilerin makul kabul edilen stratejilerinin artışında 8. sınıfta görülen anlamlı (Tablo-6) sıçrama, ilköğretim çağında geçirdikleri hızlı bilişsel gelişim süreciyle ilgili olabilir. Sekizinci sınıftaki öğrenciler 6. sınıftakilere göre soyut kavramlara daha fazla aşinadırlar ve belirledikleri stratejilerde bu aşinalığın etkisi görülmektedir. Bu yüzden 1. soruyu cevaplarırken şekil ya da

çevre uzunluğundan yola çıkmak yerine alan hesabı gibi daha soyut ve makul çözüm yollarını tercih etmiş olabilirler. Alan formülü de birim kareleri saymaya göre daha kısa ve yanlış yapma olasılığı düşük bir yoldur.

Tablo – 4. Verilen Doğru/Yanlış Cevapların Sınıf Düzeyine Göre Karşılaştırması

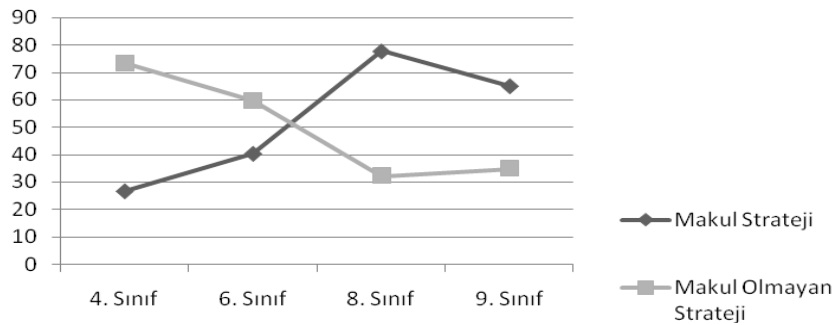
	Sınıf	N	ORT.	S	t	P
Soru 1	4	64	,70	,460	1,335	,184
	6	71	,80	,401		
Soru 1	4	64	,70	,460	3,009*	,003
	8	65	,91	,292		
Soru 1	4	64	,70	,460	2,647*	,009
	9	48	,90	,309		
Soru 1	6	71	,80	,401	1,755	,082
	8	65	,91	,292		
Soru 1	6	71	,80	,401	1,427	,156
	9	48	,90	,309		
Soru 1	8	65	,91	,292	,207	,837
	9	48	,90	,309		

*0,01 düzeyinde anlamlı

Tablo – 5. Birinci Soruya Matematiksel Olarak Makul ve Makul Olmayan Strateji Seçimi

Makul /Değil	Sınıf Düzeyi				Toplam
	4	6	8	9	
Makul Değil	33 (%73,3)	34 (%59,6)	19 (%32,2)	15 (%34,9)	101
Makul	12 (%26,7)	23(%40,4)	40 (%77,8)	28 (%65,1)	103
Toplam	45	57	59	43	204

Makul ve makul olmayan akıl yürütmelerin oranının sınıf düzeyine göre anlamlı bir şekilde değişip değişmediğini kontrol etmek için uygulanan t-testlerinin sonuçları birleştirilerek Tablo-6'da verilmiştir. Tablo-6'da görüldüğü gibi 4 ve 8. sınıflar, 4 ve 9. sınıflar, 6 ve 8. sınıflar ve 6 ve 9. sınıflar birbirlerinden istatistiki olarak anlamlı düzeyde farklıdırlar. Ne 4 ve 6. sınıflar ne de 8 ve 9. sınıflar birbirlerinden anlamlı düzeyde farklı değillerdir. Bu yüzden sınıflar arası farkın büyük oranda 8. sınıftaki sıçramadan kaynaklandığı görülmektedir.



Şekil – 5. Makul Ve Makul Olmayan Stratejilerin Sınıf Düzeyine Göre Değişimi

Tablo – 6. Öğrencilerin Makul Akıl Yürütmelerinin Sınıflara Göre Karşılaştırılması

	Sınıf	N	ORT.	S	t	P																																																				
Makul/M.Degil	4	64	,19	,393	1,832	,069																																																				
	6	71	,32	,471			Makul/M.Degil	4	64	,19	,393	5,471*	,000	8	65	,62	,490	Makul/M.Degil	4	64	,19	,393	4,544*	,000	9	48	,58	,498	Makul/M.Degil	6	71	,32	,471	3,527**	,001	8	65	,62	,490	Makul/M.Degil	6	71	,32	,471	2,847**	,005	9	48	,58	,498	Makul/M.Degil	8	65	,62	,490	,340	,734	9
Makul/M.Degil	4	64	,19	,393	5,471*	,000																																																				
	8	65	,62	,490			Makul/M.Degil	4	64	,19	,393	4,544*	,000	9	48	,58	,498	Makul/M.Degil	6	71	,32	,471	3,527**	,001	8	65	,62	,490	Makul/M.Degil	6	71	,32	,471	2,847**	,005	9	48	,58	,498	Makul/M.Degil	8	65	,62	,490	,340	,734	9	48	,58	,498								
Makul/M.Degil	4	64	,19	,393	4,544*	,000																																																				
	9	48	,58	,498			Makul/M.Degil	6	71	,32	,471	3,527**	,001	8	65	,62	,490	Makul/M.Degil	6	71	,32	,471	2,847**	,005	9	48	,58	,498	Makul/M.Degil	8	65	,62	,490	,340	,734	9	48	,58	,498																			
Makul/M.Degil	6	71	,32	,471	3,527**	,001																																																				
	8	65	,62	,490			Makul/M.Degil	6	71	,32	,471	2,847**	,005	9	48	,58	,498	Makul/M.Degil	8	65	,62	,490	,340	,734	9	48	,58	,498																														
Makul/M.Degil	6	71	,32	,471	2,847**	,005																																																				
	9	48	,58	,498			Makul/M.Degil	8	65	,62	,490	,340	,734	9	48	,58	,498																																									
Makul/M.Degil	8	65	,62	,490	,340	,734																																																				
	9	48	,58	,498																																																						

*0,01 ; **0,05 düzeyinde anlamlı

3.2 Öğrencilerin Birinci Soruya Verdikleri Cevaplara Ulaşırken İzledikleri Yollar

Gözlemciler, öğrencilerin birinci soruya verdikleri cevaba nasıl ulaştıklarını not etmişlerdir. 1. soruda makul bir strateji kullanan öğrencilerin izledikleri yollar iki başlıkta toplanmaktadır:

- 1- *Birim kareleri kullanarak:* Bu yolu kullanan öğrenciler, şekillerin içinde bulunan birim kareleri sayarak, içinde fazla birim kare olan şekli seçmişlerdir. Bu yolu izleyen 43 öğrenci vardır ve toplam öğrenci sayısının %42'sine karşılık gelmektedir. Birim kareleri sayan öğrenci sayısı, sınıf düzeyi arttıkça azalmaktadır. 4. sınıflarda 11 (%92), 6. sınıflarda 18 (%78), 8. sınıflarda 7 (%18) kişi, alanı bulurken birim kareleri saymıştır. 9. sınıflarda birim kareleri sayarak alan bulan öğrenci yoktur. Birim kareleri sayarak alan bulan kızlar, tüm kızların %37'sini oluşturmaktadır. Tüm erkeklerin ise % 45'i birim kareleri saymıştır.
- 2- *Alan formülünden yola çıkarak:* Bu yolu kullanan öğrenciler karenin ve dikdörtgenin iki kenar uzunluğunu çarparak alanlara ulaşmış, buradan da alanı büyük olan şekli seçmişlerdir. Bu yolu izleyen 60 (%58) öğrenci vardır. Alan formülünden yola çıkan öğrenci sayısı sınıf düzeyiyle birlikte artış göstermiştir. Dördüncü sınıflarda 1 (%8), 6. sınıflarda 5 (%22), 8. sınıflarda 33 (%82), ve 9. sınıflarda 28 (%100) öğrenci alan ölçerken En x Boy formülünü kullanmışlardır. Kız öğrencilerin %63'ü alan formülünü kullanırken erkeklerde bu oran %55'te kalmıştır.

Birinci soruda makul olmayan stratejiler kullanan öğrencilerin kullandıkları yolların daha çeşitli olduğu görülmektedir:

- 1- *Görsel olarak karar veren öğrenciler:* Bu tip öğrenciler cevaplarını herhangi bir matematiksel işlem yapmadan, göz kararı ya da yalnızca şekillerin görüntüsünü temel alarak cevap vermişlerdir.
- 2- *Geometri tahtası üzerindeki noktaları sayarak:* Bu yol, en çok kullanılan yanlış yoldur. Geometri tahtasında kullanılan lastiğin çevrelediği alanın içinde kalan noktaları sayan öğrenciler bu grubun içindedir. Ayrıca noktaları sayarak şekillerin en ve boylarını bulup alan formülü kullanan öğrenciler de bu gruptadır. Son gruptaki öğrencilerin yalnızca 2 tanesi 8. sınıfta olduğundan yalnızca bu öğrencilerin diğer sorulardaki davranışı incelenebilmiş ve bu öğrencilerin 5 ve 6. soruları alan formülünden giderek doğru yaptıkları ancak ikinci soruda kenar uzunluğu bulurken şekildeki çentikleri saydıkları görülmüştür.

- 3- *Kenar uzunlukları ya da çevreye göre:* Kenar uzunluklarını ya da çevreyi hesaplayıp, bu ölçüleri kıyaslayarak cevabını veren öğrenciler bu gruba dâhil edilmiştir. Bu gruptaki öğrenci sayısı, ilk iki gruba göre daha azdır.
- 4- *Diğer:* Herhangi bir strateji kullanmayan, rastgele cevap veren öğrenciler bu gruba dâhil edilmiştir.

3.3 Öğrencilerin İkinci Soruya Verdiği Cevaplar

İkinci soruyu doğru/yanlış yapan öğrenciler ve sınıf içindeki yüzdeleri Tablo-7’de görülmektedir. Hem 8 hem de 9. sınıfta öğrencilerin yaklaşık üçte biri 2. soruyu yanlış cevaplamışlardır. Verilen cevapların doğruluğu ile ilgili olarak sınıflar arası anlamlı bir fark bulunamamıştır (Tablo-13).

Tablo - 7. İkinci Soruya Verilen Cevapların Dağılımı

Soru 2	Sınıf Düzeyi		
	8	9	Toplam
Yanlış	23 (%35,9)	18 (%37,5)	41
Doğru	41 (%64,1)	30 (%62,5)	71
Toplam	64 (%100)	48 (%100)	112

İkinci soruyu doğru yapan öğrencilerin yaklaşık %83’ü şekli iki parçaya bölüp oluşan dörtgenlerin alanlarını formül kullanarak hesaplayıp toplamışlardır. Geri kalan %17’lik kısım ise şekli birim karelere ayırmıştır. Alan formülünün 8 ve 9. sınıf öğrencilerinde kullanılması normaldir. Alan formülünü kullananların oranı 8. sınıflarda %74, 9. sınıflarda ise %97’dir. Kızların %47’si alan formülünü kullanırken erkeklerin %53’ü alan formülünden yararlanmıştır. Soruyu yanlış yapan öğrencilerin birçoğunun herhangi bir açıklaması bulunmazken, bir kısmı çevre hesaplamış, bir kısmı da kenar uzunluğunu belirlerken şeklin kenarındaki çentikleri saydığı için hataya düşmüştür.

3.4 Öğrencilerin Üçüncü Soruya Verdiği Cevaplar

Sekizinci sınıfta öğrencilerin büyük çoğunluğu 3. sorunun a bölümüne doğru cevap vermişlerdir. Dokuzuncu sınıflarda bu oran bir miktar düşmüştür (Tablo-8). Bu düşüş istatistiksel olarak anlamlı bulunmamıştır (Tablo-13). 3x3’lük bir karenin alanının hesaplanmasında 9. sınıf öğrencilerinin %23’lük kısmının yanlış cevap vermesi beklendik bir sonuç değildir. Öğrenciler, karenin alanı ile ilköğretim birinci kademedeki tanışmaktadırlar ve 9. sınıfa kadar çeşitli şekillerde birçok kez karşılaşmaktadırlar. Dolayısıyla 9. sınıftaki bir öğrenciye karenin alanının karmaşık gelmemesi beklenmektedir. Herhangi bir araç kullanılarak ölçümün yapılmadığı soruda öğrenciler, sorunun cevabını birim kare cinsinden vermeyi düşünememiş olabilirler. Bu durumda karenin, bu öğrenciler için bir alan birimi olmadığı söylenebilir. Üçüncü sorunun b bölümünde yanlış yapanların sayısı 8. sınıflarda 2 katına çıkarken 9. sınıflarda artış oranı daha azdır (Tablo-9). Bu bölümde de 8 ve 9. sınıflar arasında anlamlı bir fark görülmemiştir (Tablo-13).

Üçüncü sorunun b bölümünün a bölümünden tek farkı, birim karelerin düzensiz yerleşmesidir. 3. sorunun a bölümünü doğru, b bölümünü yanlış yapan öğrenciler, düzenli ve düzensiz dizilmiş eşit sayıdaki birim karenin farklı alanlara sahip olabileceğini düşünmüş olabilirler. Bu öğrencilerin alanı, birim kare sayısı ile ilişkilendirmedikleri söylenebilir.

Tablo - 8. Üçüncü Soru A Bölümüne Verilen Cevapların Dağılımı

Soru 3a	Sınıf Düzeyi
---------	--------------

	8	9	Toplam
Yanlış	6 (%9,2)	11 (%23,0)	17
Doğru	59 (%90,8)	37 (%77,0)	96
Toplam	65 (%100)	48 (%100)	113

Tablo - 9. Üçüncü Soru (b) Bölümüne Verilen Cevapların Dağılımı

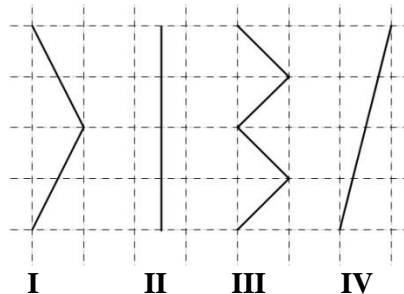
Soru 3b	Sınıf Düzeyi		
	8	9	Toplam
Yanlış	13 (%20,0)	15 (%31,2)	28
Doğru	52 (%80,0)	33 (%68,8)	85
Toplam	65 (%100)	48 (%100)	113

3.5 Öğrencilerin Dördüncü Soruya Verdikleri Cevaplar ve Kullandıkları Stratejiler

4. soruya verilen cevaplardan Şekil-6'da görülen I, II, III, IV ve benzeri olanlar doğru kabul edilmiştir. Şekil 6'daki I ve III durumlarında şerit düz bir çizgi boyunca kesilmemiş olmasına rağmen sorunun ölçmeyi amaçladığı birim kareleri bölebilmeyi içerdiğinden dolayı bu durumlar da doğru cevap olarak görülmüştür. Birim kareleri bölmeyen ve/veya verilen dikdörtgenle eşit alana sahip bir parça bulamayan öğrencilerin cevapları yanlış sayılmıştır. Katılımcıların yarısından fazlası (%58) 4. soruyu Şekil-6'daki gibi yapmamıştır. Yanlış yapma oranı 9. sınıflarda daha yüksektir (Tablo-10) fakat aradaki fark istatistiksel olarak anlamlı değildir (Tablo-13). Doğru yapan öğrenciler Şekil-6'daki yollardan birini kullanırken, yanlış yapan 65 öğrenciden 45'i (%69) birim kareleri bölmeden zikzak çizmişlerdir. Öğrencilerin zikzak şeklinde çizimler yapmış olması, birim kareyi bölünemeyen bir bütün olarak algılamalarından kaynaklanabilir. Bu öğrencilerin, alanın sürekli olduğunu tam olarak kavrayamadıkları da düşünülebilir. 4. soruyu birim kareleri bölmediği için yanlış yapan öğrenciler dışındaki öğrencilerin neredeyse tamamının ise anlaşılır bir stratejisi bulunmamaktadır.

Tablo - 10. Dördüncü Soruya Verilen Cevapların Dağılımı

Soru 4	Sınıf Düzeyi		
	8	9	Toplam
Yanlış	34 (%52,3)	31 (%64,6)	65
Doğru	31 (%47,7)	17 (%35,4)	48
Toplam	65 (%100)	48 (%100)	113

**Şekil – 6. Dördüncü soru için doğru kabul edilen cevaplar**

3.6 Öğrencilerin Beşinci Soruya Verdikleri Cevaplar ve Kullandıkları Stratejiler

Beşinci soruda, kısa kenarının yanında 4, uzun kenarının yanında 6 yazan bir dikdörtgenin alanı sorulmaktadır. Soruyu doğru yapan toplam öğrenci sayısı 102'dir. Doğru cevaba ulaşan

öğrenci 8 ve 9. sınıfların %89'luk kısmını oluşturmaktadır. Bu oran, 8 ve 9. sınıfların 1. soru için bulunan oranıyla neredeyse aynıdır. Hem 1. soruyu, hem de 5. soruyu yanlış yapan 4 öğrenci vardır ve bu öğrenciler 9. sınıf öğrencisidir. Beşinci soruda 8. sınıflarda verilen doğru cevaplar, 9'lara göre daha yüksek bir yüzdeye sahiptir (Tablo-11) fakat aradaki fark istatistiksel olarak anlamlı değildir (Tablo-13).

Tablo - 11. Beşinci Soruya Verilen Cevapların Dağılımı

Soru 5	Sınıf Düzeyi		
	8	9	Toplam
Yanlış	5 (%7,7)	7 (%14,6)	12
Doğru	60 (%92,3)	41 (%85,4)	101
Toplam	65 (%100)	48 (%100)	113

Soruyu doğru cevaplayan öğrencilerin kullandıkları stratejiler incelendiğinde, tamamının dikdörtgenin alan formülünü ($En \times Boy$) kullandıkları görülmektedir. Yanlış yapan öğrencilerden 2 tanesi alan formülünü kullanmış fakat işlem hatası yapmış, 1 tanesi en ve boy ölçülerini toplamıştır. Geri kalan öğrenciler herhangi bir strateji kullanmamışlardır. Standart alan sorularında öğrencilerin öncelikle alan formülü kullanmaya yöneldikleri söylenebilir.

3.7 Öğrencilerin Altıncı Soruya Verdikleri Cevaplar ve Kullandıkları Stratejiler

Altıncı soruda bir dik yamuğun alanı sorulmaktadır. Sekizinci ve 9. sınıf öğrencileri, yamuğun alanını önceki sınıflarda görmekteyler. Ayrıca sorudaki dik yamuk kolayca bir dikdörtgen ve bir üçgene ayrılabilir. İstatistiksel olarak anlamlı bir fark oluşmasa da (Tablo-13), 9. sınıflar 8'lere göre daha fazla doğru cevap vermişlerdir (Tablo-12). Bunun sebebi yamuğun alanı ile ilgili kazanımların ilköğretim 8. sınıfta (MEB, 2009) bulunmazken, ortaöğretim 9. sınıfta (MEB, 2010) bulunması ve dolayısıyla 9. sınıfların yamuğun alanı ile ilgili bilgilerinin daha taze olması olabilir. Soruyu doğru yapan öğrencilerin %65'i yamuğu bir dörtgen ve bir üçgene bölerek alan formülü ile hesaplama yapmıştır. Doğrudan yamuğun alan formülünü kullananların oranı ise %31'dir. Aradaki bu fark, yamuğun alan formülünün dikdörtgen ve üçgeninkine göre nispeten daha karmaşık oluşuna bağlanabilir. Öğrencilerin %4'lük kısmı ise yamuğu bir dikdörtgene tamamlamıştır. Alan formülünü kullanan 24 öğrenciden 21'i (%88) 9. sınıf öğrencisidir. Bu da, önceki paragrafta yazılmış olan yamuğun alanının eğitim programlarındaki yeri ile ilgili düşünceleri destekler nitelikte bir sonuçtur.

Tablo - 12. Altıncı Soruya Verilen Cevapların Dağılımı

Soru 6	Sınıf Düzeyi		
	8	9	Toplam
Yanlış	24 (%36,9)	12 (%25,0)	36
Doğru	41 (%63,1)	36 (%75,0)	77
Toplam	65 (%100)	48 (%100)	113

Soruyu yanlış yapan 36 öğrenciden 23'ü herhangi bir strateji kullanmamıştır. Geriye kalan 13 öğrencinin 7'si işlem hatası yapmıştır. Yanlış yapan öğrencilerin 24'ü (%67) 8. sınıf öğrencisidir. Bu oranın büyük olması da kazanımın 9. sınıfta olması ile ilgili olabilir. Fakat eğer sonuç kazanımla ilgiliyse, 8. sınıfta bir önceki sene işlenen kazanımın unutulmuş olması önemli bir bulgudur. Bu durum öğrencilerin yamuğun alan formülünü sebepleriyle içselleştiremediklerini, yalnızca ezberlediklerini ve sonra da unuttuklarını gösteriyor olabilir.

Tablo – 13. Sorulara Verilen Doğru/Yanlış Cevapların Sınıflara Göre Karşılaştırılması

	Sınıf	N	ORT.	S	sd	t	P
Soru2	8	64	,66	,470	110		
	9	48	,64	,481	100,167	,229	,819
Soru3a	8	65	,91	,292	111		
	9	48	,77	,425	78,454	1,923	,058
Soru3b	8	65	,80	,403	111		
	9	48	,69	,468	92,212	1,338	,184
Soru4	8	65	,48	,503	111		
	9	48	,35	,483	103,622	1,311	,193
Soru5	8	65	,92	,269	111		
	9	48	,85	,357	83,801	1,124	,264
Soru6	8	65	,63	,486	111		
	9	48	,75	,438	106,671	1,365	,175

Tablo-13'te, 2, 3, 4, 5 ve 6. sorulara verilen cevapların sınıflara göre karşılaştırıldığı t-testlerinin sonuçları birleştirilerek verilmiştir. Tablo-13'de görüldüğü gibi 8 ve 9. sınıflar arasında istatistiki olarak anlamlı farklılıklar yoktur.

4. TARTIŞMA ve SONUÇ

Birinci sorudan elde edilen bulgulara göre, 4. sınıfların makul strateji kullanan %26,7'sine ve 6. sınıfların %40,4'üne göre kare bir alan ölçme birimidir. Fakat araştırmaya katılan tüm 4 ve 6. sınıfların sonuçlarına göre kare bir alan ölçme birimi değildir. Dördüncü sınıf öğrencilerinin büyük kısmı farklı açıklamalarda bulunmuş, altıncı sınıf öğrencilerinin büyük kısmı geometri tahtasındaki noktaları saymış, sekizinci ve dokuzuncu sınıf öğrencilerinin büyük kısmı ise alan formülü kullanmışlardır. Birim kareleri saymak ise müfredatta yer alan etkinliklerde sık kullanılmasına rağmen fazla tercih edilen bir yol olmamıştır. Öğrencilerin anlamadıkları bir birimi öteleyerek veya şekil üzerine ızgaralar çizerek alanı anlamaları mümkün görünmemektedir (Boulton-Lewis, Wilss ve Mutch, 1996; Kamii ve Kysh, 2006).

Sekiz ve 9. sınıfların makul strateji yürüten sırasıyla %77,8 ve %65,1'lik kısımları dâhil bu grubun tamamı için kare bir alan ölçme birimi değildir. Sonuç olarak 4, 6, 8 ve 9. sınıflar kareyi bir alan ölçme birimi olarak algılamamaktadır. Öğrenciler arasında alan bulmak için kullanılan en yaygın yöntem, şeklin uzunluğu ile genişliğinin çarpılmasıdır. Sınıf düzeyleri ayırt edilmeden bir karşılaştırma yapıldığında, öğrencilerin yaklaşık yarısının cevaplarını mantıklı bir sebebe dayandırmamaları, öğrencilerin anlamlı öğrenme alışkanlığından uzak olduğunun göstergesidir. Elde edilen bu sonuç, günümüzde yaygın olarak sadece dört işlem becerisine dayalı ve düşünmeyi gerektirmeyen sorular kullanılmasının doğurabileceği sonuçlara örnektir.

Formül kullanan öğrencilerin, bu formülleri ne kadar anlamlı buldukları konusunda da bir araştırmaya gerek olduğu düşünülmektedir. İki alanı karşılaştırırken makul bir yol kullanamayanlar hem sekizinci hem de dokuzuncu sınıflarda grubun %30'unu oluşturmaktayken, alan hesabında neredeyse tamamının alan formülü kullanarak doğru cevaba ulaştıkları bulunmuştur. Bu durum, her iki grubun da %30'luk kısmının ezbere dayalı, günlük hayatta karşılaşılan durumlarda işe koşamadıkları bir bilgi ile alan hesabı yaptıklarını ortaya koymaktadır.

Birinci soruda öğrencilerin bazılarının alan yerine çevre hesabına gittikleri görülmüştür. Öğrencilerin alan ve çevre kavramlarını karıştırmaları başka araştırmalarda da rastlanan bir durumdur (Şişman ve Aksu, 2009). Bunun nedeni, öğrencilerin kavramları sadece soru çözümüne odaklı öğrenip, hangi durumda kullanacaklarını bilmemelerinden, günlük hayatla

ilişkilendirememelerinden kaynaklanıyor olabilir. Alanın yüzey kaplama özelliği öğrencilerin yaklaşık yarısı tarafından anlaşılabilmiştir. Benzer yaş gruplarındaki öğrencilerin alan korunumunu kavrayamadıkları başka araştırmacılar tarafından da ortaya konmuştur (Kamii ve Kysh, 2006; Şişman ve Aksu, 2009; Zacharos, 2005).

İkinci soruyu doğru yapan öğrencilerin yaklaşık %83'ü alan formülünü kullanmıştır. Doğru yapan 71 öğrencinin yalnızca %17'si birim kareleri kullanmıştır. Aynı zamanda 9. sınıflarda alan formülü kullanma oranı daha yüksektir. İkinci soruya verdikleri yanıtlardan ise öğrencilerin kareyi bir alan ölçme birimi olarak görmedikleri anlaşılmaktadır. İlk iki soruda bazı yanlış cevapların nedeni kenar uzunluğu belirlerken öğrencilerin kenar üzerindeki aralıkları değil çizgileri (çentikleri) saymalarıdır. Literatürde de (Boulton-Lewis vd., 1996) karşılaşılan bu durum öğrencilerin henüz uzunluğun birimini kavramada bile güçlük çektiğinin göstergesidir. Dikkat çekici olan, söz konusu öğrencilerin alan formülünü kullanabiliyor olmalarıdır.

Üçüncü sorunun b bölümünde, a bölümüne göre yanlış yapanların sayısı artmıştır. Bu durumda a bölümüne doğru, b bölümüne yanlış cevap veren öğrenciler birim karelerin düzenli ve düzensiz dizilişlerinde alan ile ilgili bir ilişkilendirme yapamamışlardır. Üçüncü sorunun bulgularına göre karenin alan kaplama özelliğinin bu öğrenciler tarafından kabul edilmediği söylenebilir. Fakat a ve b bölümlerinde verilen cevaplarda görülen değişim istatistiksel olarak anlamlı bulunmadığı için bu durum tüm öğrencilere genellenemeyebilir. Öğrencilerin karelerin düzensiz dizilmesiyle oluşan şeklin alanını yanlış hesaplamaları şekli kaplayan birim kareler yerine çevre uzunluklarına ya da şeklin görünümüne dikkat etmelerinden kaynaklanmaktadır. Bu bölüme hiç cevap veremeyen öğrenciler ise, Kamii ve Kysh'ın (2006) çalışmasında olduğu gibi, böyle düzensiz şekillerin bir alana sahip olduğundan tereddüt etmiş olabilirler

Dördüncü soruya öğrencilerin yaklaşık %58'i yanlış cevaplar vermiştir. Bu öğrencilerden herhangi bir cevap vermeyenleri çıkarttığımızda, 8 ve 9. sınıfların %40'ının birim kareleri bölünemeyen parçalar olarak gördüğü anlaşılmaktadır. Bulgulara göre 8. ve 9. sınıf öğrencilerinin büyük bir bölümü birim karelerin de bileşenleri olduğunu düşünmemektedirler. Bu öğrenciler birim karelerin bölünmeyeceğine inanmaktadır.

Beşinci soruda öğrencilerin neredeyse tamamının alan formülünü en azından kullanmayı denedikleri görülmüştür. Bunlardan da yaklaşık %90'ı başarılı olmuştur. Öğrencilerin ölçüleri verilen bir şeklin alanını hesaplarken genel eğilimleri alan formülünü kullanmaktır. Birim karelere ayırmak, öğrencilerden hiçbiri tarafından kullanılan bir yöntem olmamıştır. Bu durumda uzunluk ölçme ile alan formülü kullanma arasında bir bağlantı olduğu düşünülebilir. Diğer sorulara göre yüksek olan bu başarı düzeyi öğrencilerimizin formül kullanma performanslarının anlama performanslarından daha iyi olduğunu göstermektedir (Şişman ve Aksu, 2009).

Altıncı sorunun bulgularına göre, öğrencilerin büyük çoğunluğunun dik bir yamuğu, bir dikdörtgen ve bir üçgene bölme eğiliminde oldukları söylenebilir. Fakat yine sonuç olarak alan formülü yoğunlukla kullanılmıştır. Beş ve 6. sorularda her iki sınıf düzeyinde de dikdörtgensel bölgenin alanına ilişkin soruda daha başarılı olunmuştur. Sınıf düzeylerine göre karşılaştırıldığında soruya formül kullanarak doğru cevap veren öğrenci yüzdeleri arasında 9. sınıfların lehine yaklaşık %50 fark vardır. Yedinci sınıfın ikinci döneminde "Yamuksal bölgenin alan bağıntısını oluşturur" kazanımının yer almasına rağmen, 8. sınıfların bu bağıntıyı kullanmadıkları görülmüştür (MEB, 2009). Müfredatta son kazanımlar arasında yer aldığı için, bu kazanımın ihmal edilmiş olabileceği, öğrencilerin yamuksal bölgenin alan formülünü unuttukları ya da öğrencilerin bir bağıntıyı öğrendikten ancak bir süre sonra uygulayabilir hale geldikleri düşünülebilir.

Uygulama sorularının tamamında yaş düzeyi arttıkça başarı seviyesinin de artması beklenirken 8. ve 9. sınıflar arasında yamuksal bölgenin alanı ile ilgili soru dışında bu artışın

olmadığı, hatta düşünüş olduğu bulunmuştur. Araştırmanın katılımcıları 1’i özel 3’ü devlete bağlı normal liselerden öğrenciler olduğundan liselere giriş sınavlarının, öğrencileri aldıkları puanlara göre sıraladığı, bunun sonucunda “başarılı” ve “başarısız” okulların ortaya çıkmasının bu sonuçta etkisi olabileceği düşünülmektedir. Kenar uzunlukları verilen şekillerin alanını bulma sorularındaki doğru cevaplanma yüzdesinin birim kareleri sayma yüzdesinden yüksek bulunması, öğrencilerin uzunluk x genişlik formülü ile birim kare sayısı arasındaki bağlantıyı kurmada eksikliklerinin olduğunu düşündürmektedir.

Bulgular genel anlamda ilk iki araştırma sorusuna olumsuz cevap vermektedir. Öğrenciler kareyi bir alan ölçme birimi olarak görmemekte, aynı zamanda karenin kapladığı alanın korunumunu algılayamamaktadırlar. Bu durum öğrencilerin geometrik düşünce düzeylerinin ne kadar zayıf ve farklı alanlara transfere kapalı olduğunu göstermektedir. Öğrenciler standart sorularda formül kullanma eğilimindedirler. Ancak başka yollarının kalmadığı durumlarda daha geometrik düşünmeye başlamakta, yeni yollar üretmektedirler. Okullarda bu sorunların aşılması için hızlı ve bol alıştırma yapmak yerine geometrik şekillerin, cisimlerin ve kavramların özellikleri ve birbirleriyle ilişkileri üzerinde daha fazla vakit harcanabilir. İmkânı olan okullarda bu özellik ve bağlantılar dinamik geometri yazılımlarıyla öğrenciler tarafından deneyerek bulunabilir. Öğrencilerin formülleri doğrudan kullanamayacakları problem çözme etkinliklerine derslerde daha fazla yer verilerek geometrik ilişkileri daha derinlemesine düşünmeleri sağlanabilir.

Alan ve çevre kavramlarının daha iyi anlaşılması için, bu kavramların günlük hayat problemleri içinde kullanılması önerilebilir. Sadece ölçü birimlerinin birbirine dönüştürülmesi, formüle dayalı hesaplamalar yerine, somut cisimlerin uzunluk, alan ve hacimlerini farklı birimlerle ölçerek hesaplamalar yapılması, alanlarının gerçekten kaplanması ya da hacimlerinin doldurulması gibi deneyimler öğrenciler için daha kalıcı ve anlamlı olabilir. Ayrıca, çevre ve alan kavramlarının ayırımına dikkat çekilmeli, sınıf içerisinde öğrencilerin her iki kavramın kullanım alanlarına dair ayırt edici, somut örneklerle ve problem durumları ile karşılaşacakları tartışmalar yapılmalıdır.

Öğrencilerin alan korunumunu öğrenmeleri için aktif olarak katılabilecekleri, kesme yapıştırma veya Tangram ve örüntü blokları gibi somut kaplama araçlarının kullanıldığı etkinlikler yapılabilir. Öğrencilerin alan ölçmede birim kareleri kullanmayı öğrenmeleri için alan formülü ile birim kare sayısı arasındaki bağlantının önemle vurgulanması gerekmektedir. Alanı formül üzerinden öğretmenin yanlışlığı konusunda görüş birliği mevcuttur ancak birim karelere bölme yoluyla öğretmek de öğrenciler için çok anlamlı ya da yeterli görünmemektedir (Kamii ve Kysh, 2006). Bundan sonraki araştırmalarda anlamlı öğrenme sağlayacak çeşitli etkinlikler tasarlanıp alan ve ilişkili kavramları öğrenmeye etkisi incelenebilir.

Teşekkür: Bu çalışmada veri toplama ve kısmi analizde görev yapan lisansüstü öğrenim öğrencileri Eren Özer, Aslıhan Ata, Melike Tarhan, Ülkü Özturan, Fatma Demirci ve Seza Papak’a teşekkür ederiz.

5. KAYNAKLAR

- Anhalt, Cynthia, Fernandes, Anthony & Civil, Marta. (2007). U.S. Latino students’ thinking and communication on national assessment educational progress (naep) measurement items. *Mathematics Education in a Multilingual and Multicultural Environment*.
- Battista, Michael T., Clements, Douglas H., Arnoff, Judy, Battista, Kathryn & Borrow, CarolineVan Auken. (1998). Students' spatial structuring of 2d arrays of squares. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(5), 503-532.

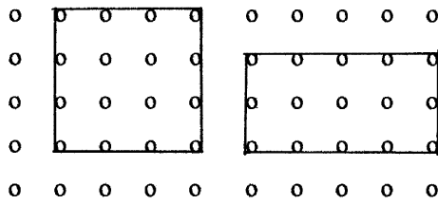
- Baturo, Annette & Nason, Rod. (1996). Student teacher's subject matter knowledge within the domain of area measurement. *Educational Studies in Mathematics*, 31, 235-268.
- Boulton-Lewis, Gillian M., Wilss, Lynn A. & Mutch, Sue L. (1996). An analysis of young children's strategies and use of devices for length measurement. *Journal of Mathematical Behavior*, 15,329-347.
- Fuller, Roberta Ann. (1996). Elementary teachers' pedagogical content knowledge of mathematics. *Mid-Western Educational Researcher*, 10(2), 9-16.
- Huang, Hsin-Mei E. & Witz, Klaus G. (2011). Developing children's conceptual understanding of area measurement: A curriculum and teaching experiment. *Learning and Instruction*, 21(1), 1-13.
- Kamii, Constance & Kysh, Judith. (2006). The difficulty of "length×width": Is a square the unit of measurement? *The Journal of Mathematical Behavior*, 25(2), 105-115.
- MEB. (2009). *İlköğretim matematik dersi 6-8. Sınıflar öğretim programı*. Ankara: Milli Eğitim Basımevi.
- MEB. (2010). *Ortaöğretim geometri dersi9-10. Sınıflaröğretim programı*. Ankara: Milli Eğitim Basımevi.
- NCTM. (2007). *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* Vol. 2.
- Olkun, Sinan & Aydoğdu, Tuğba. (2003). Üçüncü uluslararası matematik ve fen araştırması (timss) nedir? Neyi sorgular? Örnek geometri soruları ve etkinlikler. *İlköğretim-Online*, 2(1), 28-35.
- Outhred, Lynne N. & Mitchelmore, Michael C. (2000). Young children's intuitive understanding of rectangular area measurement. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(2), 144-167.
- Reynolds, Anne & Wheatley, Grayson H. (1996). Elementary students' construction and coordination of units in an area setting. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(5), 564-581.
- Simon, Martin A. & Blume, Glendon W. (1994). Building and understanding multiplicative relationships: A study of prospective elementaryteachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(5), 472-494.
- Stephan, Michelle & Clements, Douglas H. (2003a). Linear and area measurement in prekindergarten to grade 2. In D. H. Clements & G. Bright (Eds.), *Learning and teaching measurement. 2003 year book* (pp. 3-16). Reston: NCTM.
- Stephan, Michelle & Clements, Douglas H. (2003b). Linear and area measurement inprekindergarten to grade 2. In D. H. Clements & G. Bright (Eds.), *Learning and teaching measurement. 2003 year book* (pp. 3-16). Reston: NCTM.
- Şişman, Gülçin Tan ve Aksu, Meral. (2009). Yedinci sınıf öğrencilerinin alan ve çevre konusundaki başarıları. *İlköğretim Online*, 8(1), 243-253.
- Yeo, Kai Kow Joseph. (2008). *Teaching area and perimeter: Mathematic spedagogical content knowledge in action*. Paper presented at the 31st Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Brisbane.
- Zacharos, Konstantinos. (2005). Students' measurement strategies of area. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 4(2), 111-127.

Extended Abstract

Students who start to learn geometric concepts at young ages experience difficulties in understanding these abstract concepts. The most frequently encountered difficulty is that students confuse the area concept with that of perimeter and that they have difficulties in understanding conservation of area. The continuity of units used in area measurement seems meaningless for students who find it hard to envisage concepts such as "in infinite number, in infinite smallness". In this case, students prefer memorizing area formula as "length x width" instead of perceiving the area as a concept. The purpose of this research, based on Kamii and Kysh's (2006) research was to determine Turkish students' level of knowledge related to unit square, area concept, area measurement, and area formula.

The participants of this research were chosen from 11 different schools in Ankara, Bolu, Kırıkkale, and Karabük cities in Turkey. Individual interviews were conducted with 248 students from 4th, 6th, 8th, and 9th grades. There were 6 problems in the data collection tool. Only the 1st question was asked to the 4th and 6th graders. All questions were asked to those in 8th and 9th grades. The 1st question is shown below as an example:

Question 1:



In the 1st question, the shapes in the picture were constructed on geo-boards. Then, students were told to imagine these shapes as pieces of chocolate and were asked which one they would choose if s/he wants to take the bigger piece.

By analyzing the notes taken in interviews and students' papers, it was determined whether students completed each task correctly and what kind of strategies they had used. After the data collection, number of correct and incorrect answers was analyzed with respect to grade levels and gender. In addition to students' numeric operations, their strategies were also examined and interpreted.

The 1st question was answered correctly by the majority of students; however, about half of these students did not use a mathematically sound strategy. As the grade level increased, percentage of correct answers and reasonable strategies were increased. Only in the 9th grade, a statistically insignificant decrease in the percentage of correct answers with respect to the 8th grade was observed. The students who used reasonable strategies utilized unit squares or area formula. Among the strategies which were unreasonable, the most frequently used was counting the pins on the geo-boards.

For the 2nd question, there was not a statistically significant difference between the percentage of correct answers given by the 8th and 9th graders. Almost two thirds of the students answered this question correctly. The majority of students who gave correct answer divided the shape into two regions and used area formula for each and then summed it up. Students who could not answer this question correctly did not give any explanation.

The 3rd question had two parts. While the majority of students answered part "a" correctly, number of students who gave correct answer to part "b" was lower. Both in part "a" and "b," the 8th graders were more successful than the 9th graders, but this difference was not statistically significant. The 4th question was answered incorrectly by more than half of the participants. 70% of the students who answered it incorrectly assumed that unit squares could not be divided. Students who answered the 5th question correctly were 89% of the whole participants. All of these students arrived at their answers using the area formula. 68% of the students gave the correct answer to the 6th question. 65% of students who answered this question correctly divided the right trapezoid into a right triangle and a rectangle and then calculated the individual areas.

According to the findings derived from the 1st question, square was not a unit of area measurement for the 4th and 6th graders. In this question, majority of the 4th graders gave random explanations; majority of the 6th graders counted the pins on geo-boards and majority of the 8th and 9th graders used the area formula. In conclusion, the 4th, 6th, 8th, and 9th graders did not perceive the square as a unit of area measurement. The most common method the students utilized for finding the area was multiplying the length and the width of the shape. The fact that about half of the students could not ground their answers on a rational base may be the evidence that they are far from conceptual learning. In the first question, it was observed that some students calculated perimeter instead of area. This may stem from the fact that students tend to just focus on solutions, without knowing which concept is relevant and they cannot relate them to daily life.

About 83% of the students who answered the 2nd question correctly used the area formula. Only a few students counted unit squares. According to this data, students did not assume square as a unit of area

measurement. According to the findings of the 3rd question, it can be concluded that the space covering feature of the square was not assumed by the students; however, because a statistically significant difference between parts “a” and “b” was not found, this situation cannot be generalized to the entire group. Focusing only on those students who correctly or incorrectly answered question 4, it was observed that 40% of the 8th and 9th graders thought unit squares are undividable, i.e. discreet. According to the findings, vast majority of the 8th and 9th graders did not think that unit squares also had space filling property. These students assumed that unit squares were inviolable.

In the 5th question, the students generally tended to use the area formula in calculating the area of the rectangle whose dimensions were given. None of the students thought of dividing the shape into unit squares. In the 6th question, similarly, some students divided the given trapezoid into a rectangle and a perpendicular triangle then found the areas of them separately. Nevertheless vast majority of the students found the area of the trapezoid by using formula. The higher level of success in these questions compared to other questions indicated that students’ performance in using the formula is better than their performance in understanding the formula.

Students should be given real life situations in which they can solve an area question by using alternative ways other than the formula. To learn the conservation of area, the students should participate in activities in which the Tangram pieces or blocks are used to cover an area. For students to use unit squares to find the area, the link between area formula and the number of unit squares should be stressed.

Kaynakça Bilgisi

Olkun, S., Çelebi, Ö., Fidan, E., Engin, Ö. ve Gökgün, C. (2014). Birim kare ve alan formülünün Türk öğrenciler için anlamı. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi [Hacettepe University Journal of Education]*, 29(1), 180-195.

Citation Information

Olkun, S., Çelebi, Ö., Fidan, E., Engin, Ö., & Gökgün, C. (2014). The meaning of unit square and area formula for Turkish students [in Turkish]. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi [Hacettepe University Journal of Education]*, 29(1), 180-195.